

**Les matemàtiques entre  
la Secundària i la Universitat  
UAB, 27 d'abril de 2010**

# **De la rigidesa tècnica a Secundària a la modelització matemàtica en el primer curs universitari de CCEE**

**Josep Gascón**  
Departament de Matemàtiques  
UAB

# Guió

- 1. Rigidesa i pèrdua de la “raó de ser” de les matemàtiques a Secundària**
- 2. Les matemàtiques a 1r curs de CCEE: el cas dels estudis de Geologia**
- 3. És possible situar la modelització matemàtica en el cor dels estudis universitaris de CCEE?**

# 1. Rigidesa i pèrdua de la “raó de ser” de les matemàtiques a Secundària

- És molt **fàcil i inútil** aportar dades del “**baix nivell**” matemàtic dels alumnes en el moment del pas de Secundària a la Universitat (Química, Biologia, Genètica, Geologia, Matemàtiques, etc.).

Si ho interpretem com una “epidèmia” veurem més clarament que es necessita entendre el problema (**investigació**) en relació a la situació de l'ESO i del pas al Batxillerat, i que s'ha de repensar el **paper de les matemàtiques** en els estudis universitaris i, en especial, en els estudis de CCEE.

## 1. Rigidesa i pèrdua de la “raó de ser” de les matemàtiques a Secundària

- És més **interessant** analitzar els **fenòmens didàctics** que estan a la base d'aquests fets com, p. e., la pèrdua de la “**raó de ser**” de les **M** escolars (a Secundària i, també, a la Universitat).

Aquí només pretenc:

**(a)** Fer un petit esbós del fenomen de la **rigidesa** i la **desarticulació** de les matemàtiques que s'estudien a Secundària.

**(b)** Mostrar que, malgrat tot, és possible fer viure la **modelització matemàtica** a la Universitat.

## 1. Rigidesa i pèrdua de la “raó de ser” de les matemàtiques a Secundària

**Tesis:** Les matemàtiques que se estudien a Secundària són **rígid**es i **desarticulades**. Han perdut la “**raó de ser**” (Cecilio Fonseca 2004)

- Contrastació **experimental** d'alguns aspectes de la rigidesa i de la desarticulació de les matemàtiques que s'estudien a Secundària.
- Prova de 36 ítems passada a **900 estudiants** de 1r curs (de matemàtiques i de CCEE).
- L'objecte d'estudi no són els **alumnes**. També s'analitza la resposta dels **manuals** com a indicador.

## Primer aspecte de la rigidesa

Les tècniques matemàtiques, tal com s'utilitzen a Secundària, **depenen fortament de la nomenclatura.**

## Càlcul d'una integral definida

$$\int_1^3 2x \, dx$$

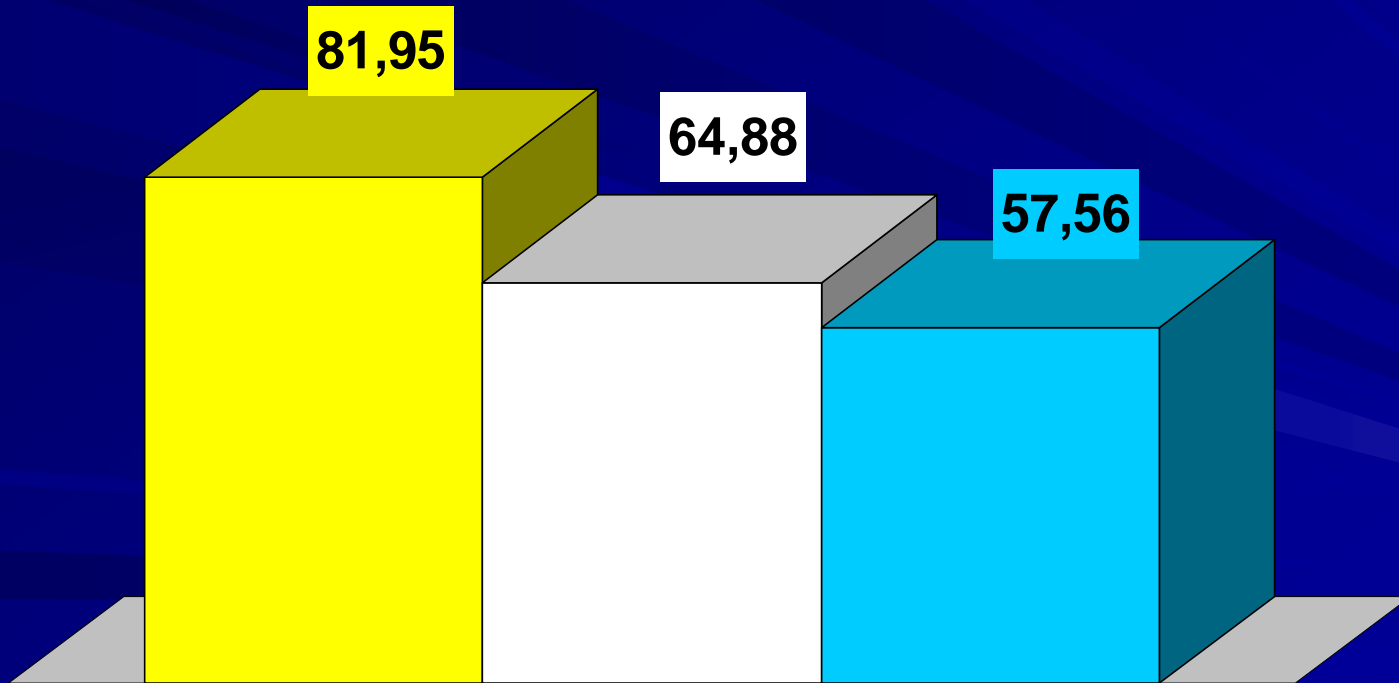
$$\int_{t=0}^{t=3} 2k t \, dt$$

$$\int_1^3 3x^2 \, da$$

81,95

64,88

57,56

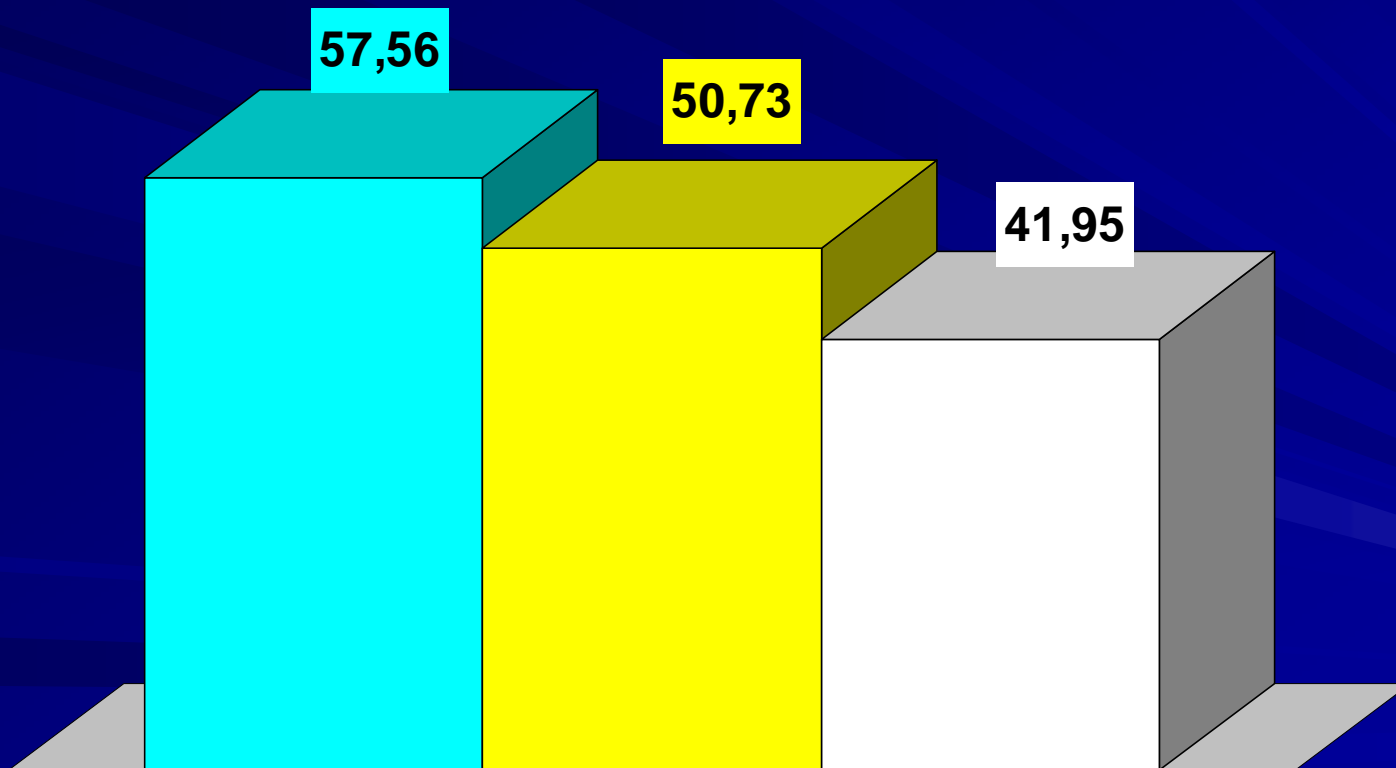


## Càlcul d'una derivada

$$f(x) = \frac{5}{(3x - 2)^2}$$

$$k(x) = \frac{3s}{x}$$

$$h(s) = \frac{x}{2s}$$





# MANUALS

Tipus de Tasques

Variable x

Altres variables

Càlcul  
d'integrals  
indefinides

1217

2

Càlcul  
d'integrals  
definides

131

0

Càlcul de  
derivades

952

5

Gràfiques  
de funcions

492

2

## Segon aspecte de la rigidesa

El **contracte didàctic\*** no assigna als alumnes de Secundària la responsabilitat d'**interpretar el resultat** obtingut després d'aplicar una tècnica matemàtica.

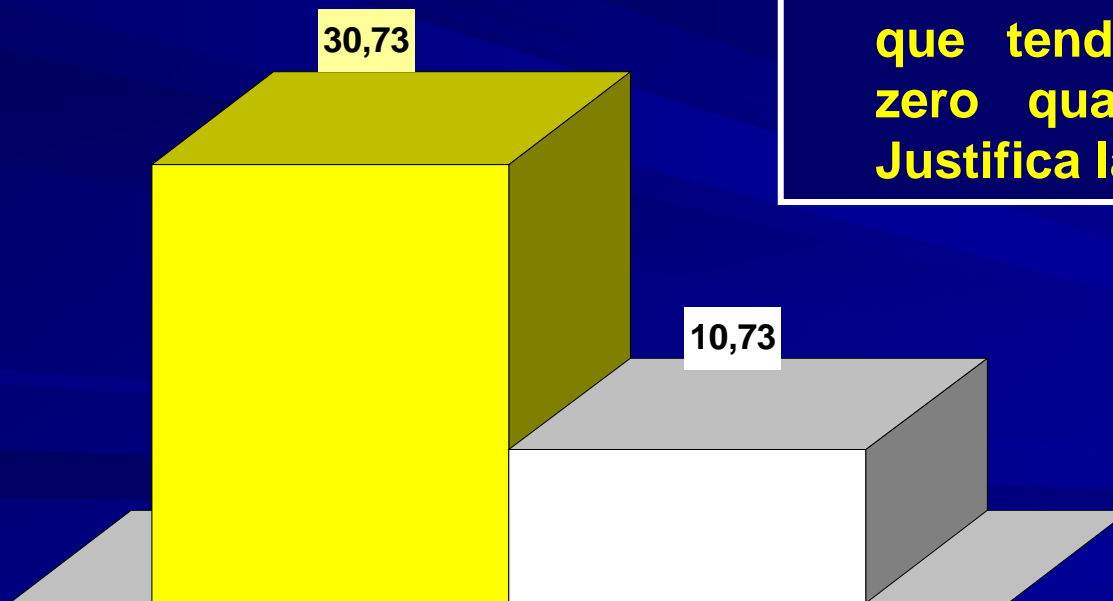
\* Conjunt de “normes”, majoritàriament implícites, que regulen la distribució de responsabilitats entre el professor i els alumnes en el que fa referència al contingut matemàtic que està en joc.

# Interpretació d'un límit

Les funcions  $f(x) = 3x^4 + x$  i  $g(x) = x^3 - 100x^2$  tendeixen a zero quan  $x$  tendeix a zero.

Calcula el límit de la funció quocient:  $f(x)/g(x)$  quan  $x$  tendeix a zero

Quina de les dues funcions creus que tendeix més ràpidament a zero quan  $x$  tendeix a zero? Justifica la teva resposta



## MANUALS

**Tipus de Tasques**

**Exercicis sense interpretació dels resultats**

**Exercicis amb interpretació dels resultats**

**Càlcul de límits**

**698**

**5**

**Càlcul de derivades en un punt**

**78**

**3**

**Càlcul d'integrals definides**

**121**

**8**

## Tercer aspecte de la rigidesa

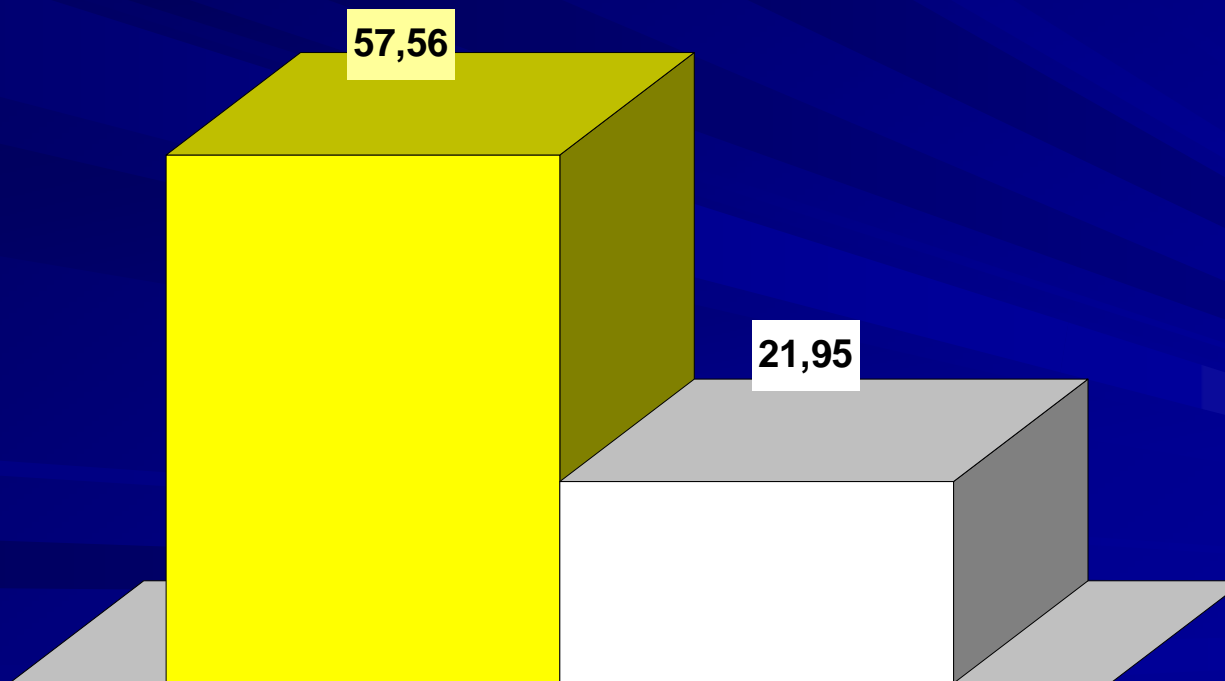
Per a cada tasca matemàtica a Secundària existeix una **única tècnica privilegiada**.

El **contracte didàctic** a Secundària no assigna mai a l'alumne la responsabilitat de decidir, d'entre diverses tècniques útils per a portar a terme una tasca determinada, quina és la més **econòmica** o la més **fiable**.

## Càlcul d'una derivada

$$f(x) = \frac{5}{(3x - 2)^2}$$

Sabries calcular aquesta derivada fent servir una tècnica diferent a la que has utilitzat en l'apartat anterior?



## MANUALS

**Tipus de Tasques**

**Exercicis pels quals es proposa una única tècnica**

**Exercicis pels quals es proposen dues tècniques**

**Càlcul del mcm**

**82**

**1**

**Resolució d'una inequació quadràtica**

**25**

**4**

**Càlcul de derivades**

**952**

**8**

## Quart aspecte de la rigidesa

A Secundària no forma part de la responsabilitat matemàtica de l'alumne **invertir una tècnica** per tal de resoldre la **tasca inversa** (obtinguda al permutar una dada i una incògnita)

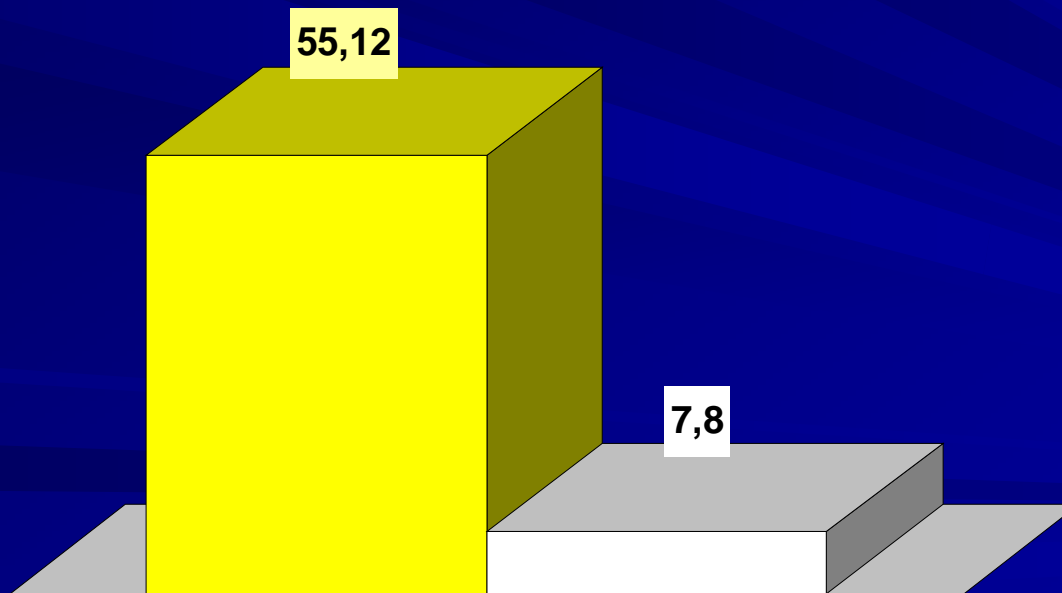


## Sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites

Busca dues solucions del sistema d'equacions

$$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ -4x + 2y - 8 = 0 \end{cases}$$

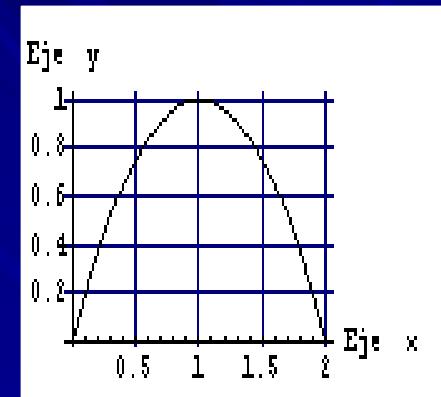
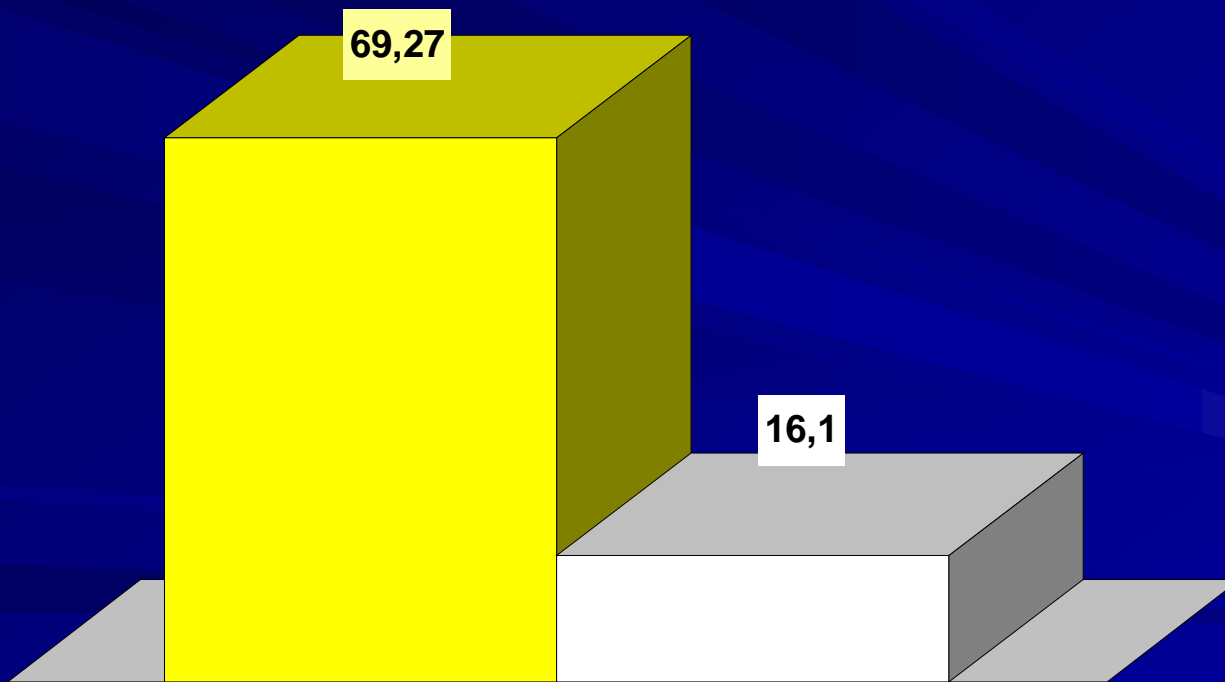
Escriu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que accepti com a solucions  $(-1, 3)$  i  $(5, 6)$ .



MUESTRA

Representa gràficament la funció:  $f(x) = x^2 - 4x$ .

Escriu l'equació de la paràbola adjunta



# MANUALS

## T. DIRECTA

## T. INVERSA

De l'expressió analítica a la gràfica

156

De la gràfica a l'expressió

35

De l'equació a les solucions

237

De les solucions a l'equació

29

Del sistema a les solucions

516

De les solucions al sistema

1

Del llenguatge natural a l'algebraic

145

Del llenguatge algebraic al natural

40

# Una conseqüència de la rigidesa i de la pèrdua de sentit de les matemàtiques

Absència de **situacions obertes** que requereixen una activitat matemàtica **flexible** i **funcional**: escollir les variables rellevants, **construir un model**, portar a terme un treball dins el model, interpretar els resultats en el sistema modelitzat, etc.

## 2. Les Matemàtiques a 1r curs de CCEE: el cas dels estudis de Geologia

- Projecte “**Aula matemàtica**” per a la Millora de la Qualitat Docent universitària (**MQD** 2003-2005) coordinat pel professor Frederic Utzet.
- Enquesta a 45 estudiants de 1r curs de la llicenciatura de geologia.
- Entrevista a 4 professors encarregats del l'assignatura de matemàtiques a geologia.

## Algunes respostes dels estudiants

Creus que seria necessari modificar els continguts de l'assignatura?

		Freqüència	%
1	Si	33	<b>73,33</b>
2	No	12	26,67
Total		45	100,00

## Algunes respostes dels estudiants

Quin paper juguen les matemàtiques dins la llicenciatura de Geologia?

	Freqüència	%
1 Un instrument necessari	17	37,78
2 Un <b>obstacle</b> que s'ha de superar	21	<b>46,67</b>
3 Una assignatura <b>prescindible</b>	7	<b>15,56</b>
Total	45	100,00

## Algunes respostes dels estudiants

Veus relació entre els continguts de l'assignatura de matemàtiques i els de les altres assignatures?

	Freqüència	%
1 Cap	11	24,44
2 Alguna	33	73,33
3 Molta	1	<b>2,22</b>
Total	45	100,00



## Algunes respostes dels professors

És possible presentar a classe **la problemàtica** (matemàtica o extra-matemàtica) que **dona sentit** a les nocions, als teoremes i a les tècniques matemàtiques que s'estudien?

En general els professors consideren que **no hi ha prou temps** per aprofundir en els continguts del programa.

Dos dels entrevistats consideren que només en una assignatura anual (en lloc de semestral) **es podrien presentar les qüestions** que donen sentit a les matemàtiques que s'ensenyen.

## Algunes respostes dels professors

(a) Hi ha temps i ocasió a classe per tal que els estudiants arribin a **estudiar amb profunditat** algun tipus de problemes?

(b) Hi ha el perill que els estudiants interpretin el curs com a una successió de **tècniques aïllades** i independents?

(a) No és possible, per falta de temps i degut al **baix nivell matemàtic** inicial dels alumnes.

(b) És molt difícil que els estudiants relacionin els diferents conceptes que estudien: *“Crec que els estudiants tenen la sensació que l’assignatura és un **calaix de sastre**. Em sembla que la sensació d’unitat no la tindran mai [...]”*

## Algunes respostes dels professors

Quan de temps es dedica a la introducció d'alguns temes elementals de **modelització matemàtica** en la llicenciatura de Geologia?

Els professors entrevistats estan d'acord en què **la modelització matemàtica**, malgrat que figuri en el programa, pràcticament **ha desaparegut** de les matemàtiques que efectivament es treballen a classe.

### 3. És possible situar la modelització M en el cor dels estudis de CCEE?

**Tesis 1:** Per tal d'**articular** i **donar sentit** a les matemàtiques de CCEE és imprescindible situar la **modelització matemàtica** en el cor del programa.

**Tesis 2:** És possible **recobrir els continguts** dels programes de 1r curs de CCEE mitjançant uns pocs Recorreguts d'Estudi i Investigació (**REIs**).

**Tesis 3:** El disseny i l'experimentació d'aquests recorreguts requereix portar a terme prèviament un **treball matemàtico-didàctic** no trivial que ha d'estar a càrrec d'equips multidisciplinaris.

## Exemple experimentat (2005-2009) en els estudis de 1r de CCEE (Berta Barquero 2009)

Es parteix d'una qüestió generatriu  $Q_0$  entorn a l'estudi de la **dinàmica de poblacions** i es proposa estudiar-la mitjançant la construcció de **models matemàtics** progressivament més complets.

Possibles desenvolupaments de la qüestió generatriu



Ampliacions successives dels diferents models

Permet **articular i donar sentit a les M** que s'ensenyen actualment a 1r curs de CCEE.



## Estudi de la dinàmica de poblacions

Si coneixem la grandària d'una població  $X$  en alguns períodes,

¿Podem predir la grandària de  $X$  després d' $n$  períodes?

¿És possible predir el comportament de la població a llarg termini?

¿Quines hipòtesis sobre la població i sobre el seu entorn s'han assumir?

¿Com es fan aquestes prediccions i com es validen?

Estudi de la dinàmica de poblacions (X)

Estudi de la successió  $\{x_t\}$

$$Q_0$$

Models discrets  
 $t = n \in \mathbb{N}$

Models continus  
 $t \in \mathbb{R}$



$OM_{D2}$

G. mesclades

Successions recurrents d'ordre 2 o superior

$$X_{n+1} = M \cdot X_n \\ = M^{n+1} X_0$$

ÀLGEBRA LINEAL

Generacions separades

$OM_{D1}$

Estudi de  $r_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n}$

Successions recurrents d'ordre 1

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

SUCCESSIONS  
CÀLCULO 1var.

$OM_{C1}$

Estudi de  $\frac{x'}{x}$

EDO de ordre 1

$$x' = f(x)$$

EDO i sistemes d'EDO <sub>31</sub>

$OM_{C2}$

EDO de ordre 2 o superior

Sistemes de EDO

## Responsabilitat de la Comunitat Matemàtica i de la Professió de Professor

- Per ensenyar matemàtiques, per exemple a 1r curs de CCEE, es necessiten **més matemàtiques**.
- Com a professors de 1r curs de CCEE no podem recuperar la “**raó de ser**” de les M en la Secundària ni modificar el **decreixent paper** que juguen les M al llarg dels estudis universitaris.
- Però sí podem compartir la responsabilitat, amb la Comunitat Matemàtica, de transformar els programes de 1r curs per tal de situar la **modelització M** en el cor dels estudis universitaris de CCEE.



**Moltes gràcies**

**Josep Gascón**

[gascon@mat.uab.cat](mailto:gascon@mat.uab.cat)