

## **CURRÍCULUM BÀSIC DE MATEMÀTIQUES DEL BATXILLERAT CIENTÍFIC I TECNOLÒGIC**

**Aquest document és una actualització del document, que porta el mateix títol, elaborat per Mariona Petit, Marta Berini i Antoni Montes per encàrrec del exvicerector de la UPC Juan Maria Miró. L'objectiu del document era proporcionar als professors de primers cursos de la UPC una informació actualitzada sobre les Matemàtiques apreses pels alumnes al Batxillerat (modalitats Científic i Tecnològic).**

**El document en qüestió es va fer l'any 2002 i posteriorment, hi ha hagut canvis en el currículum i, a més, des de llavors, les proves d'accés a la universitat només valoren el que hi ha en el currículum de 2n de batxillerat.**

**Volem posa de manifest que cada professor de Batxillerat té la seva visió particular del que han après els seus alumnes, no obstant, hi ha acord en assenyalar quins aspectes s'han treballat amb certa profunditat i quins no. A l'hora de matisar i posar exemples d'exàmens, les diferències entre els professors es fan més patents. Tot i així considerem que el currículum que presentem reflexa bastant fidelment el que hom pot suposar que els alumnes que han superat el Batxillerat Científic i Tecnològic saben de Matemàtiques.**

**Volem destacar que els alumnes no tenen una formació axiomàtica. La seva formació és instrumental i pràctica, si bé també han après a fer raonaments matemàtics senzills.**

**En general, la part teòrica de la matèria s'ha reduït al mínim indispensable. Els alumnes poden acabar el batxillerat sense haver vist pràcticament cap demostració. Alhora però, tenen més clars els conceptes que s'hi treballen i en poden haver fet més aplicacions pràctiques. Així per exemple, poden tenir més clara la interpretació geomètrica que no pas la definició formal de derivada i alhora, poden ser capaços d'aplicar derivades en contextos que demanen variacions instantànies, més que no pas demostrar que la derivada de la funció sinus és la funció cosinus. És a dir, no es pot pensar que els seus coneixements tenen la forma axiomàtica i estructurada en que els professionals estem acostumats a comunicar les matemàtiques. En el primer curs de la Universitat es podria elevar poc a poc el nivell d'abstracció, però seria un error oblidar que aquest procés comporta una maduració a partir d'exemples i construccions concretes.**

**Donat que el que entra a les PAU (exclusivament el currículum de segon) determina i molt el que es fa en els centres, ara per ara, només podem assegurar que, en general, s'hi fa el currículum de 2n i el de 1r que es necessita per fer el de segon. A més, tenint en compte que el currículum de 1r és excessivament extens, en aquest curs es treballa bàsicament tot allò que postriorment es necessitarà per 2n i per a la selectivitat.**

**Ressaltarem en vermell, aquells aspectes que no és segur que es facin, per la raó esmentada anteriorment.**

## NOMBRES

### Conjunts

1.- Naturals, Enters, Racionals (com a fracció i com a decimal finit o periòdic) i Reals (com a unió de racionals i irracionals, o sigui tot tipus de decimals). **No tenen definicions axiomàtiques. No necessàriament coneixen els Complexos però si sí que estan al Disseny Curricular on el que recomanen és saber resoldre equacions senzilles de  $2n$  grau. També hi figuren les diferents maneres de representar-los però no es pot assegurar que coneguin les coordenades polars.**

2.- Concepte d'aproximació d'un nombre decimal, d'arrodoniment i d'error absolut i relatiu **sense formalitzar**, o sigui: idea que en fer operacions es perd precisió i que cal operar amb "moltes" xifres per poder assegurar-ne unes "quantas" de fiables al resultat.

### Operacions

3.- Operacions en aquests conjunts i propietats, però **no estructures. No saben, doncs, que  $\mathbb{R}$  és un cos commutatiu o  $\mathbb{Z}$  un anell.**

### Ordre

4.- Representació dels Reals sobre la recta graduada, concepte i representació d'interval oberts i tancats. Valor absolut. Resolució de problemes amb desigualtats amb una incògnita.

### Successions

5.- Progressions aritmètiques i geomètriques: interès simple i compost.

6.- Càlcul de límit senzills. **No definicions formals amb  $\epsilon$  i  $\delta$ .** Suma de tots els termes d'una progressió geomètrica decreixent.

7.- Nombre  $e$ : definit com a  $\lim(1+1/n)^n$  i calculant el seu valor aproximant amb la calculadora. **No es fa la demostració de l'existència veient que la successió és creixent i fitada.**

## ÀLGEBRA

### Càlcul literal

1.- Productes notables  $\left( (a+b)^2, (a-b)^2 \text{ i } (a+b) \cdot (a-b) \right)$ , treure factor comú i descompondre en factors.

2.- Operacions amb expressions literals, agrupar termes semblants, aplicar la propietat distributiva.

### Polinomis

- 3.- Vocabulari associat (grau, coeficients, terme independent, valor numèric, arrel), operacions (suma, producte, quocient), teorema del residu i aplicació al càlcul d'arrels enteres i descomposició en factors.
- 4.- Fraccions racionals, definició i operacions.
- 5.- **No necessàriament coneixen el Binomi de Newton.**

## Equacions, inequacions i sistemes

- 6.- Resolució d'equacions de 1r grau, 2n grau, biquadrades, de grau n amb solucions enteres, racionals, amb radicals quadràtics, exponencials i trigonomètriques *molt senzilles*.
- 7.- Resolució d'inequacions lineals i de segon grau amb una incògnita. **No es treballen les inequacions amb dues incògnites.**
- 8.- Resolució i discussió (per determinants o per Gauss) de sistemes d'equacions lineals fins a 3x3 i un paràmetre com a màxim. **No necessàriament tenen l'enunciat formal del teorema de Rouché-Frobenius.**
- 9.- Resolució de sistemes *no lineals* de dues equacions amb dues incògnites.

## Matrius

- 10.- Vocabulari associat (fila, columna, element  $a_{ij}$ ), operacions suma, producte per escalars i *producte de matrius*, inversa d'una matriu.  
Rang: de fet l'alumnat associa el concepte de matriu al de matriu d'un sistema d'equacions cosa que fa que el concepte de rang d'una matriu sigui en molts casos confús tot i que, en general, en coneix l'existència i fins i tot l'utilitza.
- 11.- Càlcul de determinants 2x2, i3x3. **No es pot pressuposar un coneixement estructurat de les propietats dels determinants**, més enllà que si el seu valor és zero, hi ha dependència lineal entre files o columnes.

## GEOMETRIA

L'estudi d'espais vectorials està molt lligat a la geometria analítica al pla i a l'espai, cosa que fa que l'alumnat tot i conèixer què és un vector, com s'opera amb vectors, què vol dir combinació lineal, dependència i independència lineal, no tingui clar el concepte d'espai vectorial com a estructura algebraica; és una situació anàloga la que passa amb els conjunts de nombres dotats d'operacions. **No coneixen les aplicacions lineals.**

- 1.- Sistemes de referència. Vector fix i lliure: components, mòdul i argument. Operacions: suma i resta, producte per escalars, producte escalar i producte vectorial.
- 2.- Pla: Equació d'una recta (diferents expressions i elements característics de cadascuna). Posició relativa de rectes. Angle entre rectes, perpendicularitat. Distància entre punts i entre punt i recta. **Actualment al programa parla de còniques només com a lloc geomètric. Com que no té incidència en el que es fa a 2n de cara a la selectivitat, no estem segurs que tothom les conegui.** (*Tot i tenir-ne dubtes, mantenim, de moment la circumferència, dins el currículum que realment es fa*).
- 3.- Espai: Equacions de la recta (diferents expressions i elements característics de cadascuna). Equació del pla (diferents expressions i elements característics de

cadascuna). Posicions relatives entre punts (alineació, coplanarietat), entre rectes, entre recta i pla i entre plans. Angles de rectes, plans i recta i pla. Distàncies entre punts, punt i recta, punt i pla, entre rectes i en els casos de paral·lelisme entre plans i recta i pla.  
4.- Resolució de problemes geomètrics.

## **TRIGONOMETRIA**

- 1.- Teoremes de Thales, Pitàgores que s'introdueixen a l'ESO però que sempre s'apliquen en algun problema dintre del Batxillerat,
- 2.- Mesura d'angles. Graus sexagesimals i radians. Reducció al primer gir.
- 3.- Raons trigonomètriques d'angles aguts, ampliació a les raons trigonomètriques d'angles qualssevol.
- 4.- Teorema del sinus i cosinus. Aplicació a la resolució de triangles rectangles i no rectangles. Resolució de problemes per triangulació.
- 4.- Funcions sinus, cosinus i tangent. Característiques i propietats.

## **CÀLCUL**

### **Funcions reals de variable real**

- 1.- Definicions de: funció, domini, recorregut, creixent, decreixent, còncava, convexa, màxim i mínim globals i locals, punts d'inflexió, asímptotes. Determinació del domini d'una funció. Operacions amb funcions: suma, producte, quocient i composició. Propietats de les operacions amb funcions, funció inversa.
- 2.- S'estudien les funcions a trossos, les polinòmiques, les racionals senzilles, les trigonomètriques, les exponencials i les logarítmiques senzilles.

### **Límit i continuïtat**

El coneixement que es té és molt intuïtiu, gens formal, de l'estil "quan  $x$  s'apropa molt a  $a$ ,  $f(x)$  s'apropa a  $f(a)$ ", "per dibuixar no cal aixecar el llapis del paper" i la comprovació de l'existència de límit es fa amb calculadora. En aquest sentit l'alumnat coneix:

- 3.- El concepte de límit d'una funció i de límits laterals.
- 4.- El concepte de funció contínua en un punt i els tipus de discontinuïtat.
- 5.- Que les funcions polinòmiques i les funcions  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $a^x$ ,  $\ln x$  són contínues.
- 6.- Les operacions amb funcions contínues i les seves propietats respecte de la continuïtat.
- 7.- Teorema de Bolzano.
- 7.- Calcular límits de funcions. Regla de L'Hôpital.
- 8.- Càlcul d'asímtotes.

### **Derivada**

- 9.- Definició, a partir de pendents de secants i taxes mitjanes de canvi, com a límit dels pendents i de les taxes. Càlcul gràfic de la derivada en un punt i de la funció derivada.
- 10.- Càlcul de derivades. Regles de derivació sense demostracions. Regla de la cadena.
- 11.- Aplicacions: Càlcul de l'equació de la recta tangent a una corba

Estudi i representació gràfica de funcions. Concavitat i convexitat i punts d'inflexió.  
Problemes d'optimització  
**No es coneixen ni polinomis ni sèries de Taylor.**

## Integral

13.- Definició de primitiva. Càlcul de primitives immediates o quasiimmediata i per parts. **No es calculen primitives de funcions racionals en general ni de funcions on calgui utilitzar canvis de variable no "evidents".**

14.- Integral definida. Càlcul d'àrees planes definides per funcions polinòmiques o senzilles. **No es calculen volums ni àrees de cossos de revolució, ni longitud de corbes. No es fa integració numèrica.**

## PROBABILITAT I ESTADÍSTICA

Aquest tema com que no entra a les proves de selectivitat estem quasi segurs que, si es treballa, no es fa en profunditat.

## NOTACIÓ

L'alumnat no està familiaritzat amb la notació matemàtica de l'estil : $\Sigma$ ,  $\exists$ ,  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\forall$ ,  $n!$ , ... tot i que potser l'han utilitzat parcialment però no de forma sistemàtica.

## CONSIDERACIONS DIDÀCTIQUES

En el currículum s'insisteix en l'aplicació dels conceptes a diferents camps de les ciències i de la tecnologia, en particular parla de les connexions amb altres matèries.

### ***FÍSICA I:***

Aproximacions, errors i notació científica: en tot el currículum de física i particularment quan es fan pràctiques quantitatives o es tracta el tema de la sensibilitat dels instruments de mesura.

Vectors i trigonometria: cinemàtica, dinàmica, camp gravitatori, camp elèctric, electromagnetisme.

Fenòmens periòdics: moviment circular.

Còniques: camp gravitatori, camp elèctric.

Les funcions polinòmiques, de proporcionalitat inversa, exponencials i trigonomètriques: en tot el currículum de física

Producte escalar: treball i energia, camp elèctric.

Taxes de variació i derivades: pràcticament en totes les parts però especialment en la cinemàtica i el moviment ondulatori.

Estadística: tractament de dades experimentals.

### ***QUÍMICA I:***

Aproximacions, errors i notació científica: en tot el currículum de química i particularment quan es fan pràctiques quantitatives o es tracta el tema de la sensibilitat dels instruments de mesura.

Resolució d'equacions: problemes d'equilibri químic

Estudi de funcions a partir de taules i gràfics en bona part del currículum

Funcions polinòmiques i de proporcionalitat inversa: llei dels gasos de Gay-Lussac, llei de Boyle-Mariotte

Logaritmes: equilibri químic, ph

Taxes de variació i derivades: cinètica química, gasos ideals.

Estadística: Tractament de dades experimentals.

Ús de la calculadora i de fulls de càlcul en bona part del currículum

### ***BIOLOGIA I i II***

Aproximacions, errors i notació científica: en tot el currículum de biologia i particularment quan es fan pràctiques quantitatives o es tracta el tema de la sensibilitat dels instruments de mesura.

Funció exponencial: creixements de població

Taxes de variació: taxa de creixement d'una població

Combinatòria: Bioquímica i reproducció cel·lular

Probabilitat: genètica

Estadística: Evolució

### ***DIBUIX TÈCNIC I:***

Geometria plana: Construccions geomètriques i resolució gràfica de problemes.

### ***CIÈNCIES DE LA TERRA I DEL MEDI AMBIENT I***

Trigonometria: càlcul d'àrees

Funcions trigonomètriques: fenòmens periòdics

## ***FÍSICA II***

Producte vectorial: electromagnetisme

Còniques: interferències, camp gravitatori i elèctric.

Derivades: moviment ondulatori

Funcions trigonomètriques: moviment harmònic simple, pèndul simple, moviment ondulatori.

Funció exponencial: física nuclear

## ***DIBUIX TÈCNIC II:***

Geometria a l'espai: Construccions geomètriques i resolució gràfica de problemes

## ***ELECTROTÈCNIA***

Resolució de sistemes: Lleis de Kirchoff

Derivades, funcions trigonomètriques i complexos: Corrent altern