La conjectura $3x + 1$
i els límits de la matemàtica

Jaume Llibre
Universitat Autònoma de Barcelona

Dissabtes de les Matemàtiques, 1 de Març del 2025

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13,

El problema $3x+1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x+1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \dots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2,

El problema $3x + 1$

Els números naturals són: $1, 2, 3, 4, \ldots$

Per a tot número natural x definim la següent successió de números naturals:

darrere la x posem el $3x + 1$ si la x és senar,

o bé posem el $x/2$ si la x és parell.

Per exemple agafem $x = 13$ i construïm la successió que hem dit:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .

a partir d'ara els nombres $4, 2, 1$ s'aniran repetint indefinidament en la successió.

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4,

El problema $3x+1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2,

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1,

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

$24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \ldots$

Curiosament, també hem acabat en una successió en què es van repetint els números 4,2,1

El problema $3x + 1$

Agafem un altre número natural, per exemple el $x = 24$ i construïm la seva successió:

$24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \ldots$

Curiosament, també hem acabat en una successió en què es van repetint els números 4,2,1

Fins ara tothom que ha començat amb un número natural x qualsevol i ha construït la successió de la manera que hem dit, aquesta ha acabat repetint els números 4,2,1 (és clar, si el que l'ha anat construint ha tingut prou paciència.)

El problema $3x + 1$

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, . . .

El problema $3x + 1$

Els matemàtics, davant d'un fet com aquest, són agosarats i ràpidament fan una conjectura.

El problema $3x + 1$

Els matemàtics, davant d'un fet com aquest, són agosarats i ràpidament fan una conjectura.

Una conjectura és una hipòtesi emesa a priori sobre l'exactitud o la inexactitud d'un enunciat del qual hom encara ignora la demostració.

El problema $3x + 1$

Els matemàtics, davant d'un fet com aquest, són agosarats i ràpidament fan una conjectura.

Una conjectura és una hipòtesi emesa a priori sobre l'exactitud o la inexactitud d'un enunciat del qual hom encara ignora la demostració.

Al llarg de la història, els matemàtics han fet moltes conjectures, algunes de les quals han resultat ser certes i altres no.

El problema $3x + 1$

Els matemàtics, davant d'un fet com aquest, són agosarats i ràpidament fan una conjectura.

Una conjectura és una hipòtesi emesa a priori sobre l'exactitud o la inexactitud d'un enunciat del qual hom encara ignora la demostració.

Al llarg de la història, els matemàtics han fet moltes conjectures, algunes de les quals han resultat ser certes i altres no.

CONJECTURA $3x + 1$: Provar que per a tot número natural x, si construïm la seva successió tal i com hem explicat, arribarem a repetir els números 4,2,1.

F

CONJECTURA $3x + 1$: Provar que per a tot número natural x, si construïm la seva successió tal i com hem explicat, arribarem a repetir els números 4,2,1.

LA CONJECTURA $3x+1$

F

CONJECTURA $3x+1$: Provar que per a tot número natural x, si construïm la seva successió tal i com hem explicat, arribarem a repetir els números 4,2,1.

La conjectura és molt fàcil d'enunciar però ara per ara és intractable a l'hora de provar-la, o bé perquè és certa, o bé perquè és falsa.

LA CONJECTURA $3x + 1$

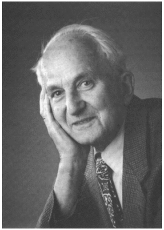
F

CONJECTURA $3x + 1$: Provar que per a tot número natural x, si construïm la seva successió tal i com hem explicat, arribarem a repetir els números 4,2,1.

La conjectura és molt fàcil d'enunciar però ara per ara és intractable a l'hora de provar-la, o bé perquè és certa, o bé perquè és falsa.

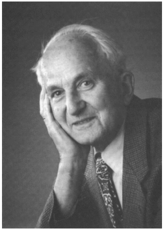
Importants matemàtics com Paul Erdös han dit sobre la conjectura: La Matemàtica actual encara no està preparada per aquests tipus de problemes.

El primer en formular la conjectura va ser el matemàtic Lothar Collatz de la Universitat de Hamburg a l'any 1937.



LA CONJECTURA $3x + 1$

El primer en formular la conjectura va ser el matemàtic Lothar Collatz de la Universitat de Hamburg a l'any 1937.



A principis dels anys 50, la conjectura ja era ben coneguda dins de la comunitat matemàtica. El matemàtic Bryan Thwaites la va redescobrir l'any 1952. Existeix una carta de l'època en què Collatz manifesta que ell ja la va enunciar uns 15 anys abans.

El problema $3x+1$

UNIVERSITÄT HAMBURG

INSTITUT FÜR ANGEWANDTE MATHEMATIK

Prof. Dr. L. Collatz

Institut für Angewandte Mathematik
2 Hamburg 13, ~~[illegible]~~ Bundesstr. 55

Herrn
Prof. Michael E. Mays
Department of Mathematics
College of Arts and Sciences
Morgantown, West Virginia
26506
USA

Fernsprecher: 4 41 95 -
Behördennetz: 9.48 (.) } Durchwahl

Telex-Nr.: 2 14732

Datum und Zeichen Ihres Schreibens

Aktenzeichen (bei Antwort bitte angeben) Co/Sch

Datum 17. September 1980

Betreff

Dear Professor Mays!

Vielen Dank für Ihren Brief und für Ihr Interesse an der Funktion

$$Tn = \begin{cases} n/2 & n \text{ even} \\ (3n+1)/2 & n \text{ odd,} \end{cases}$$

die ich vor fast 50 Jahren neben verschiedenen anderen zahlentheoretischen Funktionen näher betrachtet habe. Ich hatte 1929 Vorlesungen von E. Landau und zahlentheoretische Vorlesungen von Lettenmeyer, beide in Göttingen und 1930 Vorlesungen von O. Perron in München und Isai Schur in Berlin gehört und ich fand es interessant, die Graphen von zahlentheoretischen Funktionen $f(n)$ aufzuzeigen, indem ich einen Pfeil von n zu $f(n)$ zeichnete oder einfacher, indem ich $f(n)$ unter n hinschrieb. Man konnte dann verschiedene Begriffe wiederfinden, die in der Theorie gerichteter Graphen (digraphs) bekannt sind, wie Bäume (trees) Zusammenhangszahlen, Kreise (cycles) Verzweigungen (bifurcation) usw. Ich weiß nicht, wer als erster diese Beziehungen zur Graphentheorie untersucht hat; ich hatte jedenfalls weder in Vorlesungen noch in Veröffentlichungen diese Art der Darstellung zahlentheoretischer Funktionen kennengelernt. Mir machte es jedenfalls Spaß, die verschiedenen Erscheinungen zu beobachten und ich habe damals die Graphen zu sehr vielen zahlentheoretischen Funktionen gewöhnlich für Werte von n bis etwa 100 aufgestellt. So habe ich auch das obengenannte Beispiel betrachtet, welches ich oder im wesentlichen gleichwertigen Form

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & n \text{ even} \\ 3n+1 & n \text{ odd} \end{cases}$$

El problema $3x + 1$

geschrieben hatte. Der unwesentliche Unterschied ist für n odd:

$$\text{bei Ihnen}\quad n \to (3n+1)/2 \qquad \Big| \qquad \text{bei mir}\quad n \to 3n+1 \to (3n+1)/2\ .$$

Als ich dann selbst zahlentheoretische Vorlesungen hielt, habe ich dieses Beispiel vorgeführt und auch verschiedentlich auf Tagungen dieses Beipiel genannt und als Problem bezeichnet: gehört die Zahl $n=8$ zu einem Cyclus oder nicht? Ich selbst hatte damals nur eine kleine Tischrechenmaschine zur Verfügung, und soweit ich mit dieser rechnen konnte, ergab sich für $n=8$ kein Cyclus und ich konnte die Frage nicht beantworten. Ich habe nun mit verschiedenen Zahlentheoretikern über diese Frage gesprochen; aber soweit mir bekannt ist, ist die Frage bis jetzt noch nicht beantwortet worden. Teilergebnisse sind erhalten worden. So schrieb mir Prof. Garner (Anschrift anbei) ein Teilresultat, welches ich in Kopie hier beilege. Ferner lege ich in Kopie einen kleinen Abschnitt aus meinem gezeichneten Digraphen bei. Wenn Sie von einer Lösung hören, wäre ich Ihnen für eine Mitteilung sehr dankbar.

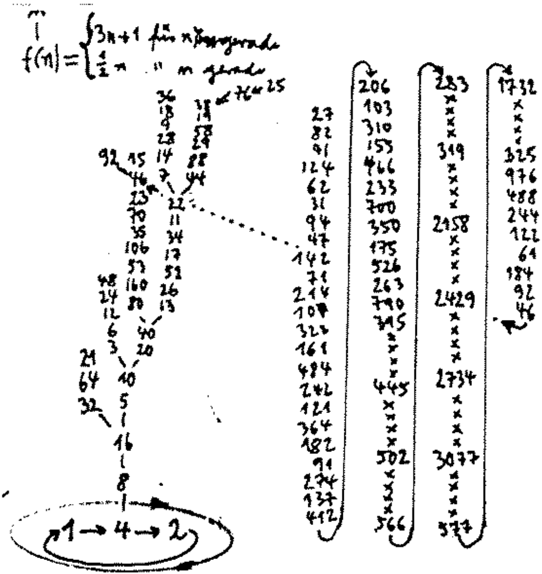
Entschuldigen Sie bitte, daß ich diesen Brief in Deutsch schreibe, ich hoffe, Sie werden jemanden finden, der Ihnen den Brief übersetzen kann.

Mit freundlichen Grüßen

Ihr sehr ergebener

P.S. Wenn es nicht zu unbescheiden ist, darf ich vielleicht erwähnen, daß Prof. H. Hasse obige Fragestellung das "Problem von Collatz" genannt hat.

El problema $3x + 1$



LA CONJECTURA $3x + 1$

Helmut Hasse col.lega de Collatz, es va interessar per la conjectura i la va discutir amb molta gent. Això va fer que durant un temps la conjectura es conegués com l'algorisme de Hasse.

Helmut Hasse col.lega de Collatz, es va interessar per la conjectura i la va discutir amb molta gent. Això va fer que durant un temps la conjectura es conegués com l'algorisme de Hasse.

El mateix Hasse va exposar la conjectura als anys 50 en una visita a la Universitat de Siracusa i va proposar de donar-li el nom de la conjectura de Siracusa.

Helmut Hasse col.lega de Collatz, es va interessar per la conjectura i la va discutir amb molta gent. Això va fer que durant un temps la conjectura es conegués com l'algorisme de Hasse.

El mateix Hasse va exposar la conjectura als anys 50 en una visita a la Universitat de Siracusa i va proposar de donar-li el nom de la conjectura de Siracusa.

Al voltant de l'any 1960 Shizuo Kakutani va interessar-se per la conjectura i va comentar: Durant un mes, tots els matemàtics de la Universitat de Yale van estar treballant amb la conjectura sense obtenir cap resultat satisfactori.

LA CONJECTURA $3x + 1$

Un fenomen similar va tenir lloc a la Universitat de Chicago. Aleshores, va aparèixer l'acudit que la conjectura formava part d'una conspiració del russos per alentir tota la recerca matemàtica als Estats Units. Durant aquest període, la conjectura es va conèixer com la conjectura de Kakutani.

LA CONJECTURA $3x + 1$

Un fenomen similar va tenir lloc a la Universitat de Chicago. Aleshores, va aparèixer l'acudit que la conjectura formava part d'una conspiració del russos per alentir tota la recerca matemàtica als Estats Units. Durant aquest període, la conjectura es va conèixer com la conjectura de Kakutani.

Stanisław Ulam també es va interessar per la conjectura, la va popularitzar a Los Alamos (on ell treballava) i a altres llocs. Durant un temps i en certs cercles, la conjectura es va conèixer com la conjectura de Ulam.

La conjectura $3x + 1$

Per a tot número natural x escrivim la successió de números naturals del problema $3x + 1$ de la següent manera:

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_k, \dots$$

on $x_0 = x$ i per a tot $k > 0$ tenim que

$$x_k = \begin{cases} 3x_{k-1} + 1 & \text{si } x_{k-1} \text{ és senar,} \\ \dfrac{x_{k-1}}{2} & \text{si } x_{k-1} \text{ és parell.} \end{cases}$$

La conjectura $3x + 1$

Per a tot número natural x escrivim la successió de números naturals del problema $3x + 1$ de la següent manera:

$$x_0, x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$$

on $x_0 = x$ i per a tot $k > 0$ tenim que

$$x_k = \begin{cases} 3x_{k-1} + 1 & \text{si } x_{k-1} \text{ és senar,} \\ \dfrac{x_{k-1}}{2} & \text{si } x_{k-1} \text{ és parell.} \end{cases}$$

Exemple: $x_0 = 13$, $x_1 = 40$, $x_2 = 20$, $x_3 = 10$, $x_4 = 5$, $x_5 = 16$, $x_6 = 8$, $x_7 = 4$, $x_8 = 2$, $x_9 = 1$, $x_{10} = 4$, $x_{11} = 2$, $x_{12} = 1$, ...

Sigui x un número natural. Ara definim

$$\mathrm{Max}(x) = \lim_{k \to \infty} \mathrm{Màxim}\{x_0 = x, x_1, \ldots, x_k\},$$

Exemple: $\mathrm{Max}(13) = 40$.

Sigui x un número natural. Ara definim

$$\mathrm{Max}(x) = \lim_{k\to\infty} \text{Màxim}\{x_0 = x, x_1, \ldots, x_k\},$$

Exemple: $\mathrm{Max}(13) = 40$.

També definim

$$\mathrm{Min}(x) = \lim_{k\to\infty} \text{Mínim}\{x_0 = x, x_1, \ldots, x_k\},$$

Exemple: $\mathrm{Min}(13) = 1$.

Sigui x un número natural. Ara definim

$$\mathrm{Max}(x) = \lim_{k\to\infty} \text{Màxim}\{x_0 = x, x_1, \ldots, x_k\},$$

Exemple: $\mathrm{Max}(13) = 40$.

També definim

$$\mathrm{Min}(x) = \lim_{k\to\infty} \text{Mínim}\{x_0 = x, x_1, \ldots, x_k\},$$

Exemple: $\mathrm{Min}(13) = 1$.

$$\text{Direm que } x \text{ és} \begin{cases} \textit{convergent} \text{ si } \mathrm{Min}(x) = 1, \\ \textit{divergent} \text{ si } \mathrm{Max}(x) \text{ no existeix}, \\ \textit{cíclic} \text{ en qualsevol altre cas.} \end{cases}$$

De fet, no costa pas gaire provar que, donat un número natural x qualsevol, només pot passar una d'aquestes tres coses que acabem de dir.

De fet, no costa pas gaire provar que, donat un número natural x qualsevol, només pot passar una d'aquestes tres coses que acabem de dir.

Exemple: El número 13 és convergent ja que $\mathrm{Min}(13) = 1$.

De fet, no costa pas gaire provar que, donat un número natural x qualsevol, només pot passar una d'aquestes tres coses que acabem de dir.

Exemple: El número 13 és convergent ja que $\mathrm{Min}(13) = 1$.

Si existís un número natural x divergent la seva successió aniria acostant-se a l'infinit fent moltes ziga-zagues.

De fet, no costa pas gaire provar que, donat un número natural x qualsevol, només pot passar una d'aquestes tres coses que acabem de dir.

Exemple: El número 13 és convergent ja que $\mathrm{Min}(13) = 1$.

Si existís un número natural x divergent la seva successió aniria acostant-se a l'infinit fent moltes ziga-zagues.

Si algún dia trobem un número natural x que al fer la seva successió acabi repetint una successió finita de números que no sigui la $4, 2, 1$, tindríem que x és un número cíclic.

De fet, no costa pas gaire provar que, donat un número natural x qualsevol, només pot passar una d'aquestes tres coses que acabem de dir.

Exemple: El número 13 és convergent ja que $\text{Min}(13) = 1$.

Si existís un número natural x divergent la seva successió aniria acostant-se a l'infinit fent moltes ziga-zagues.

Si algún dia trobem un número natural x que al fer la seva successió acabi repetint una successió finita de números que no sigui la $4, 2, 1$, tindríem que x és un número cíclic.

Ara podem formular la conjectura $3x + 1$ de la següent manera:

De fet, no costa pas gaire provar que, donat un número natural x qualsevol, només pot passar una d'aquestes tres coses que acabem de dir.

Exemple: El número 13 és convergent ja que $\mathrm{Min}(13) = 1$.

Si existís un número natural x divergent la seva successió aniria acostant-se a l'infinit fent moltes ziga-zagues.

Si algún dia trobem un número natural x que al fer la seva successió acabi repetint una successió finita de números que no sigui la $4, 2, 1$, tindríem que x és un número cíclic.

Ara podem formular la conjectura $3x + 1$ de la següent manera:

Conjectura $3x + 1$: *Qualsevol número natural és convergent.*

L'any 1999, Oliveira i Silva prova que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a $3 \cdot 2^{53} \approx 2.702 \cdot 10^{16}$.

L'any 1999, Oliveira i Silva prova que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a $3 \cdot 2^{53} \approx 2.702 \cdot 10^{16}$.

A l'any 2012 sabiem que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a

$$16 \cdot 2^{58} = 461168.601842.7387904 > 4.611 \cdot 10^{17}.$$

L'any 1999, Oliveira i Silva prova que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a $3 \cdot 2^{53} \approx 2.702 \cdot 10^{16}$.

A l'any 2012 sabiem que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a

$$16 \cdot 2^{58} = 461168.601842.7387904 > 4.611 \cdot 10^{17}.$$

Avui en dia (quan preparo aquesta conferencia) en David Barina ha provat que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a

$$2^{68} = 295147905179352825856 = 2.95 \cdot 10^{20}.$$

L'any 1999, Oliveira i Silva prova que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a $3 \cdot 2^{53} \approx 2.702 \cdot 10^{16}$.

A l'any 2012 sabiem que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a

$$16 \cdot 2^{58} = 461168.601842.7387904 > 4.611 \cdot 10^{17}.$$

Avui en dia (quan preparo aquesta conferencia) en David Barina ha provat que la conjectura és certa per números naturals x més petits o iguals a

$$2^{68} = 295147905179352825856 = 2.95 \cdot 10^{20}.$$

Més informació sobre aquests resultats es poden trobar a la pàgina web http://www.ericr.nl/wondrous/

Temps de parada

Si la conjectura és certa vol dir que al fer la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... per a tot número natural x hi haurà un determinat k tal que $x_k = 1$.

Temps de parada

Si la conjectura és certa vol dir que al fer la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... per a tot número natural x hi haurà un determinat k tal que $x_k = 1$.

Per tant, si és certa, tota successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... acabarà amb el cicle $4, 2, 1$, i ni existirà cap cicle diferent d'aquest, ni hi haurà cap successió divergent.

Temps de parada

Si la conjectura és certa vol dir que al fer la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... per a tot número natural x hi haurà un determinat k tal que $x_k = 1$.

Per tant, si és certa, tota successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... acabarà amb el cicle $4, 2, 1$, i ni existirà cap cicle diferent d'aquest, ni hi haurà cap successió divergent.

Per a tot número natural x sigui $t = t(x)$ el subíndex més petit en la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ... tal que $x_t < x$. Si la conjectura és certa, aquest $t(x)$ sempre existeix, i li direm el temps de parada de x.

Temps de parada

Si la conjectura és certa vol dir que al fer la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... per a tot número natural x hi haurà un determinat k tal que $x_k = 1$.

Per tant, si és certa, tota successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ..., x_k, ... acabarà amb el cicle $4, 2, 1$, i ni existirà cap cicle diferent d'aquest, ni hi haurà cap successió divergent.

Per a tot número natural x sigui $t = t(x)$ el subíndex més petit en la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, ... tal que $x_t < x$. Si la conjectura és certa, aquest $t(x)$ sempre existeix, i li direm el temps de parada de x.

Exemple: $x_0 = 13$, $x_1 = 40$, $x_2 = 20$, $x_3 = 10$, $x_4 = 5$, $x_5 = 16$, $x_6 = 8$, $x_7 = 4$, $x_8 = 2$, $x_9 = 1$, $x_{10} = 4$, $x_{11} = 2$, $x_{12} = 1$, ... És clar que el temps de parada del 13 és $t(13) = 3$.

Temps de parada

Utilitzant la noció de temps de parada la conjectura es pot formular de la següent manera:

Temps de parada

Utilitzant la noció de temps de parada la conjectura es pot formular de la següent manera:

Conjectura $3x + 1$: *Qualsevol número natural té un temps de parada finit.*

Temps de parada

Utilitzant la noció de temps de parada la conjectura es pot formular de la següent manera:

Conjectura $3x + 1$: *Qualsevol número natural té un temps de parada finit.*

Notem que si hem provat que per a tots els números $1, 2, \ldots, n$ al fer la seva successió sempre acabem amb $4, 2, 1$, aleshores si tot número natural té un temps de parada finit, al fer la successió del $n + 1$ apareixerà després d'un nombre finit de termes un número més petit que el $n + 1$, pel qual ja sabem que la seva successió acaba amb $4, 2, 1$. Per això si qualsevol número natural té un temps de parada finit, la successió de qualsevol número natural acabarà amb $4, 2, 1$.

Temps de parada rècord

Direm que un número natural x té un temps de parada rècord si per a tot natural $y < x$ tenim que $t(y) < t(x)$.

Temps de parada rècord

Direm que un número natural x té un temps de parada rècord si per a tot natural $y < x$ tenim que $t(y) < t(x)$.

La taula dels números naturals amb un temps rècord de parada conegut és:

	x	$t(x)$
1	2	1
2	3	6
3	7	11
4	27	96
5	703	132
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
32	180352746940718527	1575
33	1236472189813512351	1614
34	2602714556700227743	1639

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.
$f(2^n - 1) = 3 \cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} - 1,$

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.
$f(2^n - 1) = 3 \cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} - 1,$
$f^3(2^n - 1) = 3^2 \cdot 2^{n-1} - 2, \quad f^4(2^n - 1) = 3^2 \cdot 2^{n-2} - 1,$

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.

$f(2^n - 1) = 3 \cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} - 1,$
$f^3(2^n - 1) = 3^2 \cdot 2^{n-1} - 2, \quad f^4(2^n - 1) = 3^2 \cdot 2^{n-2} - 1,$
$f^5(2^n - 1) = 3^3 \cdot 2^{n-2} - 2, \quad f^6(2^n - 1) = 3^3 \cdot 2^{n-3} - 1,$

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.

$f(2^n - 1) = 3 \cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} - 1,$

$f^3(2^n - 1) = 3^2 \cdot 2^{n-1} - 2, \quad f^4(2^n - 1) = 3^2 \cdot 2^{n-2} - 1,$

$f^5(2^n - 1) = 3^3 \cdot 2^{n-2} - 2, \quad f^6(2^n - 1) = 3^3 \cdot 2^{n-3} - 1,$

....

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.

$f(2^n-1) = 3\cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n-1) = 3\cdot 2^{n-1} - 1,$

$f^3(2^n-1) = 3^2\cdot 2^{n-1} - 2, \quad f^4(2^n-1) = 3^2\cdot 2^{n-2} - 1,$

$f^5(2^n-1) = 3^3\cdot 2^{n-2} - 2, \quad f^6(2^n-1) = 3^3\cdot 2^{n-3} - 1,$

....

$f^{2n-3}(2^n-1) = 3^{n-1}\cdot 2^2 - 2, \quad f^{2(n-1)}(2^n-1) = 3^{n-1}\cdot 2 - 1,$

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.

$f(2^n-1) = 3 \cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n-1) = 3 \cdot 2^{n-1} - 1,$

$f^3(2^n-1) = 3^2 \cdot 2^{n-1} - 2, \quad f^4(2^n-1) = 3^2 \cdot 2^{n-2} - 1,$

$f^5(2^n-1) = 3^3 \cdot 2^{n-2} - 2, \quad f^6(2^n-1) = 3^3 \cdot 2^{n-3} - 1,$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$f^{2n-3}(2^n-1) = 3^{n-1} \cdot 2^2 - 2, \quad f^{2(n-1)}(2^n-1) = 3^{n-1} \cdot 2 - 1,$

$f^{2n-1}(2^n-1) = 3^n \cdot 2 - 2, \quad f^{2n}(2^n-1) = 3^n - 1.$

Temps de parada rècord

El temps de parada pot ser tan gran com es volgui.

TEOREMA. donat un número natural qualsevol n és fàcil veure que el número $2^n - 1$ té temps de parada més gran que $2n$.

Prova.

$$f(2^n-1) = 3\cdot 2^n - 2, \quad f^2(2^n-1) = 3\cdot 2^{n-1} - 1,$$
$$f^3(2^n-1) = 3^2\cdot 2^{n-1} - 2, \quad f^4(2^n-1) = 3^2\cdot 2^{n-2} - 1,$$
$$f^5(2^n-1) = 3^3\cdot 2^{n-2} - 2, \quad f^6(2^n-1) = 3^3\cdot 2^{n-3} - 1,$$
$$\cdots\cdots\cdots \quad \cdots\cdots\cdots$$
$$f^{2n-3}(2^n-1) = 3^{n-1}\cdot 2^2 - 2, \quad f^{2(n-1)}(2^n-1) = 3^{n-1}\cdot 2 - 1,$$
$$f^{2n-1}(2^n-1) = 3^n\cdot 2 - 2, \quad f^{2n}(2^n-1) = 3^n - 1.$$

Com que

$$2^n - 1 < f(2^n-1) < f^3(2^n-1) < f^5(2^n-1) < \cdots <$$
$$f^{2n-3}(2^n-1) < f^{2n-1}(2^n-1) > f^{2n}(2^n-1) = 3^n - 1 > 2^n - 1.$$

Com voliem provar.

Temps de parada

És clar que amb la noció de temps de parada la conjectura tampoc se sap provar, però hi ha el següent resultat (un dels més rellevants fins ara en la conjectura $3x + 1$). Informalment es podría enunciar com:

És clar que amb la noció de temps de parada la conjectura tampoc se sap provar, però hi ha el següent resultat (un dels més rellevants fins ara en la conjectura $3x + 1$). Informalment es podría enunciar com:

TEOREMA (Riho Terras, 1976). *Quasi tot número natural té temps de parada finit.*

Temps de parada

És clar que amb la noció de temps de parada la conjectura tampoc se sap provar, però hi ha el següent resultat (un dels més rellevants fins ara en la conjectura $3x + 1$). Informalment es podría enunciar com:

TEOREMA (Riho Terras, 1976). *Quasi tot número natural té temps de parada finit.*

La prova està basada en el Teorema Central del Límit de la teoría de Probabilitat.

Temps de parada

A l'any 2019 Terence Tao (medalla Fields) va millorar considerablement el resultat the Riho Terras, provant el millor resultat que es té ara relacionat amb la conjectura. Informalment aquest resultat es pot enunciar com:

A l'any 2019 Terence Tao (medalla Fields) va millorar considerablement el resultat the Riho Terras, provant el millor resultat que es té ara relacionat amb la conjectura. Informalment aquest resultat es pot enunciar com:

TEOREMA (Terence Tao, 2019). *Quasi tot número natural té una òrbita afitada.*

Temps de parada

A l'any 2019 Terence Tao (medalla Fields) va millorar considerablement el resultat the Riho Terras, provant el millor resultat que es té ara relacionat amb la conjectura. Informalment aquest resultat es pot enunciar com:

TEOREMA (Terence Tao, 2019). *Quasi tot número natural té una òrbita afitada.*

La prova està basada en utilitzar la densitat logaritmica una altra eina de la Teoría de Probabiltats i de la Teoría Ergodica.

La conjectura sobre els enters

Què passaria si considerem la mateixa successió $x_0 = x$, x_1, x_2, $\ldots$, x_k, $\ldots$ definida per

$$x_k = \begin{cases} 3x_{k-1} + 1 & \text{si } x_{k-1} \text{ és senar,} \\ \dfrac{x_{k-1}}{2} & \text{si } x_{k-1} \text{ és parell.} \end{cases}$$

però ara x és un número enter, és a dir, un número del conjunt

$$\{\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

Si x és un enter negatiu, aleshores tots els números de la successió $x_0 = x$, x_1, x_2, $\ldots$, x_k, $\ldots$ són negatius.

La conjectura sobre els enters

Si $x = 0$, aleshores la successió és

$$x_0 = x = 0, x_1 = 0, x_2 = 0, \ldots, x_k = 0, \ldots$$

Quan una successió es repeteix des del començament, direm que tenim una successió periòdica.

Si $x = 0$, aleshores la successió és

$$x_0 = x = 0, x_1 = 0, x_2 = 0, \ldots, x_k = 0, \ldots$$

Quan una successió es repeteix des del començament, direm que tenim una successió periòdica.

Exemple: Les úniques successions periòdiques positives conegudes són:

$$1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, \ldots$$

$$4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \ldots$$

$$2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, \ldots$$

En aquests casos direm que el conjunt $\{1, 2, 4\}$ és una òrbita periòdica de període 3 del problema $3x + 1$.

La conjectura sobre els enters

Si la conjectura $3x + 1$ és certa,l'òrbita $\{1, 2, 4\}$ és l'única òrbita periòdica pels enters positius, és a dir, pels nombres naturals. Però si considerem les successions per a tot enter, positiu, negatiu o zero, hi ha més òrbites periòdiques.

La conjectura sobre els enters

Si la conjectura $3x + 1$ és certa,l'òrbita $\{1, 2, 4\}$ és l'única òrbita periòdica pels enters positius, és a dir, pels nombres naturals. Però si considerem les successions per a tot enter, positiu, negatiu o zero, hi ha més òrbites periòdiques.

La successió $0, 0, 0, 0, \dots$ ens diu que el conjunt $\{0\}$ és una òrbita periòdica de període 1.

La conjectura sobre els enters

Si la conjectura $3x + 1$ és certa,l'òrbita $\{1, 2, 4\}$ és l'única òrbita periòdica pels enters positius, és a dir, pels nombres naturals. Però si considerem les successions per a tot enter, positiu, negatiu o zero, hi ha més òrbites periòdiques.

La successió $0, 0, 0, 0, \dots$ ens diu que el conjunt $\{0\}$ és una òrbita periòdica de període 1.

La successió

$$-2, -1, -2, -1, -2, -1, \dots$$

ens diu que el conjunt $\{-2, -1\}$ és una òrbita periòdica de període 2.

La conjectura sobre els enters

La successió

$$-5, -14, -7, -20, -10, -5, -14, -7, -20, -10, -5, -14, -7, -20, -10, \ldots$$

ens diu que el conjunt $\{-20, -14, -10, -7, -5\}$ és una òrbita periòdica de període 5.

La conjectura sobre els enters

La successió

$$-5, -14, -7, -20, -10, -5, -14, -7, -20, -10, -5, -14, -7, -20, -10, \ldots$$

ens diu que el conjunt $\{-20, -14, -10, -7, -5\}$ és una òrbita periòdica de període 5.

La successió

$$-17, -50, -25, -74, -37, -110, -55, -164, -82, -41, -17, -50, -25, -74, -37, -110, -55, -164, -82, -41, \ldots$$

ens diu que tenim una òrbita periòdica de període 18.
Tenim, per tant, 5 òrbites periòdiques diferents si x varia en els números enters.

La conjectura sobre els enters

La successió

$-5, -14, -7, -20, -10, -5, -14, -7, -20, -10, -5, -14, -7, -20, -10, \ldots$

ens diu que el conjunt $\{-20, -14, -10, -7, -5\}$ és una òrbita periòdica de període 5.

La successió

$-17, -50, -25, -74, -37, -110, -55, -164, -82, -41, -17, -50, -25,$
$-74, -37, -110, -55, -164, -82, -41, \ldots$

ens diu que tenim una òrbita periòdica de període 18.

Tenim, per tant, 5 òrbites periòdiques diferents si x varia en els números enters.

Conjectura $3x + 1$ per x enter: *Provar que per a tot número enter x, si construïm la seva successió tal i com hem explicat, arribarem a una de les 5 òrbites periòdiques mencionades.*

Resultats sobre òrbites periòdiques

El primer resultat important sobre les possibles òrbites periòdiques va ser

Resultats sobre òrbites periòdiques

El primer resultat important sobre les possibles òrbites periòdiques va ser

TEOREMA (Crandall, 1978). Si existeix un número enter que la seva successió va a parar a una òrbita periòdica diferent de les 5 mencionades, aleshores el període d'aquesta òrbita periòdica hauria de ser més gran que 272.500.658.

Resultats sobre òrbites periòdiques

El primer resultat important sobre les possibles òrbites periòdiques va ser

TEOREMA (Crandall, 1978). Si existeix un número enter que la seva successió va a parar a una òrbita periòdica diferent de les 5 mencionades, aleshores el període d'aquesta òrbita periòdica hauria de ser més gran que 272.500.658.

La prova d'aquest resultat es basa en el desenvolupament de $\log_2 3$ en fracció contínua.

Resultats sobre òrbites periòdiques

En 1993 és va obtenir el millor resultat sobre les possibles òrbites periòdiques:

Resultats sobre òrbites periòdiques

En 1993 és va obtenir el millor resultat sobre les possibles òrbites periòdiques:

TEOREMA (Eliahou, 1993). Si existeix un número enter que la seva successió va a parar a una òrbita periòdica diferent de les 5 mencionades, aleshores el període d'aquesta òrbita periòdica hauria de ser més gran que 114.208.327.604.

Resultats sobre òrbites periòdiques

En 1993 és va obtenir el millor resultat sobre les possibles òrbites periòdiques:

TEOREMA (Eliahou, 1993). Si existeix un número enter que la seva successió va a parar a una òrbita periòdica diferent de les 5 mencionades, aleshores el període d'aquesta òrbita periòdica hauria de ser més gran que 114.208.327.604.

Abans 272.500.658.

Resultats sobre òrbites periòdiques

En 1993 és va obtenir el millor resultat sobre les possibles òrbites periòdiques:

TEOREMA (Eliahou, 1993). Si existeix un número enter que la seva successió va a parar a una òrbita periòdica diferent de les 5 mencionades, aleshores el període d'aquesta òrbita periòdica hauria de ser més gran que 114.208.327.604.

Abans 272.500.658.

La prova d'aquest resultat es basa en el desenvolupament de $\ln 3/\ln 2$ en fracció contínua.

Sobre la intractabilitat de la conjectura $3x + 1$

Ens podríem mirar la conjectura com un sistema dinàmic discret, és a dir, com una funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ on

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x \text{ és senar,} \\ \dfrac{x}{2} & \text{if } x \text{ és parell.} \end{cases}$$

Aleshores, la conjectura sobre els nombres naturals es podria enunciar:

Sobre la intractabilitat de la conjectura $3x+1$

Ens podríem mirar la conjectura com un sistema dinàmic discret, és a dir, com una funció $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ on

$$f(x)=\begin{cases} 3x+1 & \text{si } x \text{ és senar,}\\[2ex] \dfrac{x}{2} & \text{if } x \text{ és parell.}\end{cases}$$

Aleshores, la conjectura sobre els nombres naturals es podria enunciar:

Conjectura $3x+1$ en els naturals: *Provar que l'òrbita periòdica* $\{4,2,1\}$ *de la funció* f *és globalment atractora.*

Resultats sobre òrbites periòdiques

Les funcions que s'estudien com a sistemes dinàmics discrets acostumen a tenir una certa estructura, per exemple

- són funcions contínues entre varietats topològiques,
- són funcions diferenciables entre varietats diferenciables,
- són funcions analítiques entre varietats analítiques,

Resultats sobre òrbites periòdiques

Les funcions que s'estudien com a sistemes dinàmics discrets acostumen a tenir una certa estructura, per exemple

- són funcions contínues entre varietats topològiques,
- són funcions diferenciables entre varietats diferenciables,
- són funcions analítiques entre varietats analítiques,

Aquesta estructura permet utilitzar les eines dels sistemes dinàmics per a estudiar aquestes funcions. Però aquestes estructures o d'altres, ara per ara, no sabem com fer-les aparèixer en la funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida pel problema $3x + 1$ de manera que permetessin assolir resultats positius.

Resultats sobre òrbites periòdiques

Les funcions que s'estudien com a sistemes dinàmics discrets acostumen a tenir una certa estructura, per exemple

- són funcions contínues entre varietats topològiques,
- són funcions diferenciables entre varietats diferenciables,
- són funcions analítiques entre varietats analítiques,

Aquesta estructura permet utilitzar les eines dels sistemes dinàmics per a estudiar aquestes funcions. Però aquestes estructures o d'altres, ara per ara, no sabem com fer-les aparèixer en la funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida pel problema $3x + 1$ de manera que permetessin assolir resultats positius.

Jo crec que en Paul Erdos quan deia que: La Matemàtica actual encara no està preparada per aquests tipus de problemes, d'alguna manera estava pensant en aquesta falta d'eines per atacar el problema $3x + 1$.

Resultats sobre òrbites periòdiques

Les funcions que s'estudien com a sistemes dinàmics discrets acostumen a tenir una certa estructura, per exemple

- són funcions contínues entre varietats topològiques,
- són funcions diferenciables entre varietats diferenciables,
- són funcions analítiques entre varietats analítiques,

Aquesta estructura permet utilitzar les eines dels sistemes dinàmics per a estudiar aquestes funcions. Però aquestes estructures o d'altres, ara per ara, no sabem com fer-les aparèixer en la funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida pel problema $3x + 1$ de manera que permetessin assolir resultats positius.

Jo crec que en Paul Erdos quan deia que: La Matemàtica actual encara no està preparada per aquests tipus de problemes, d'alguna manera estava pensant en aquesta falta d'eines per atacar el problema $3x + 1$. Jeffrey Lagarias al 2010 va dir que la conjectura $3x + 1$, és un problema extraordinariament difícil, completament forà de l'abast de la matemàtica actual.

Resultats sobre òrbites periòdiques

Tot i les dificultats esmentades per la falta d'aquestes estructures amb la funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ del problema $3x + 1$, podem estudiar aquest sistema determinista com un sistema aleatori. Així, utilitzant tècniques properes a la teoria ergòdica s'han obtingut resultats com el del Riho Terras o el del Terence Tao.

Resultats sobre òrbites periòdiques

Tot i les dificultats esmentades per la falta d'aquestes estructures amb la funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ del problema $3x + 1$, podem estudiar aquest sistema determinista com un sistema aleatori. Així, utilitzant tècniques properes a la teoria ergòdica s'han obtingut resultats com el del Riho Terras o el del Terence Tao.

O bé utilitzant el desenvolupaments de $\log_2 3$ o de $\ln 3/ \ln 2$ es pot provar que si hi ha alguna altra òrbita periòdica, aquesta ha de tenir un període més enormement gran.

Resultats sobre òrbites periòdiques

Tot i les dificultats esmentades per la falta d'aquestes estructures amb la funció $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ del problema $3x + 1$, podem estudiar aquest sistema determinista com un sistema aleatori. Així, utilitzant tècniques properes a la teoria ergòdica s'han obtingut resultats com el del Riho Terras o el del Terence Tao.

O bé utilitzant el desenvolupaments de $\log_2 3$ o de $\ln 3/\ln 2$ es pot provar que si hi ha alguna altra òrbita periòdica, aquesta ha de tenir un període més enormement gran.

És clar que el problema $3x + 1$ té un gran component de la teoria de nombres. Així, certs autors han atacat el problema utilitzant la teoria dels nombres p–àdics principalment amb $p = 2$ i$p = 3$, . . .

La conjectura $3x + 1$

Més informació sobre la conjectura $3x + 1$ es pot trobar a:

La conjectura $3x + 1$

Més informació sobre la conjectura $3x + 1$ es pot trobar a:

L'Agost del 1999 va haver-hi un congrés de una setmana a la Eichstätt University d'Alemania dedicat a la conjectura $3x + 1$.

La conjectura $3x + 1$

Més informació sobre la conjectura $3x + 1$ es pot trobar a:

L'Agost del 1999 va haver-hi un congrés de una setmana a la Eichstätt University d'Alemania dedicat a la conjectura $3x + 1$.

G. Wirsching, The Dynamical System Generated by the $3n + 1$ Function, Lecture Notes in Mathematics, **1681**, Springer, Heidelberg, 1998.

La conjectura $3x+1$

Més informació sobre la conjectura $3x+1$ es pot trobar a:

L'Agost del 1999 va haver-hi un congrés de una setmana a la Eichstätt University d'Alemania dedicat a la conjectura $3x+1$.

G. Wirsching, The Dynamical System Generated by the $3n+1$ Function, Lecture Notes in Mathematics, **1681**, Springer, Heidelberg, 1998.

J.C. Lagarias, The Ultimate Challenge: the $3x+1$ problem. American Mathematical Society, 2010.

La conjectura $3x+1$

Més informació sobre la conjectura $3x+1$ es pot trobar a:

L'Agost del 1999 va haver-hi un congrés de una setmana a la Eichstätt University d'Alemania dedicat a la conjectura $3x+1$.

G. Wirsching, The Dynamical System Generated by the $3n+1$ Function, Lecture Notes in Mathematics, **1681**, Springer, Heidelberg, 1998.

J.C. Lagarias, The Ultimate Challenge: the $3x+1$ problem. American Mathematical Society, 2010.

En aquests moments, a la base d'articles matemàtics MathSciNet ja hi ha més de 150 articles publicats al voltant de la conjectura $3x+1$.

MOLTES GRACIES PER LA SEVA ATENCIÓ.