



Universitat Autònoma de Barcelona

# MÁSTER EN MATEMÁTICA AVANZADA

## GUIA DE LOS MÓDULOS

### PRIMER SEMESTRE

Se ofrecen los siguientes 6 módulos optativos de 10 ECTS cada uno.

**Algebra y Geometría Algebraica**  
**Ampliación de Análisis Matemático**  
**Geometría y Topología**  
**Probabilidad y Estadística**  
**Sistemas Dinámicos y Ecuaciones Diferenciales**  
**Trabajo Dirigido**

### SEGUNDO SEMESTRE

Se ofrecen los siguientes 2 módulos obligatorios de 15 ECTS cada uno.

**Complementos transversales de Matemáticas**  
**Trabajo de Investigación**

<b>ALGEBRA Y GEOMETRÍA ALGEBRAICA</b>	<b>ALGEBRA Y GEOMETRÍA ALGEBRAICA</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OPTATIVO</b>								
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<p><b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Demostrar una destreza en el razonamiento abstracto.</li> <li>• Demostrar que ha comprendido los conceptos básicos tratados en el módulo.</li> <li>• Utilizar las herramientas teóricas que se le han proporcionado para resolver los problemas que se propongan.</li> <li>• Expresar correctamente y con rigor, razonamientos propios del Álgebra abstracta, tanto de forma oral como escrita.</li> <li>• Manifiestar una completa autonomía para acceder a la bibliografía necesaria para ampliar conocimientos.</li> <li>• Conocer la naturaleza de algunos problemas abiertos dentro del área</li> </ul>									
	<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>COMPETENCIA</th> <th>DESCRIPCIÓN</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades</td> <td>A partir de los contenidos explicados en las sesiones presenciales, se identifican nuevas estructuras algebraicas o geométricas y sus interrelaciones</td> </tr> <tr> <td>Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.</td> <td>El estudiante aprende, a través de las diversas actividades, a expresar ideas matemáticas de manera profesional.</td> </tr> <tr> <td>Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.</td> <td>El estudiante identifica las herramientas necesarias para poder resolver los problemas.</td> </tr> </tbody> </table>	COMPETENCIA	DESCRIPCIÓN	Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	A partir de los contenidos explicados en las sesiones presenciales, se identifican nuevas estructuras algebraicas o geométricas y sus interrelaciones	Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.	El estudiante aprende, a través de las diversas actividades, a expresar ideas matemáticas de manera profesional.	Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.	El estudiante identifica las herramientas necesarias para poder resolver los problemas.	
	COMPETENCIA	DESCRIPCIÓN									
	Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	A partir de los contenidos explicados en las sesiones presenciales, se identifican nuevas estructuras algebraicas o geométricas y sus interrelaciones									
Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.	El estudiante aprende, a través de las diversas actividades, a expresar ideas matemáticas de manera profesional.										
Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.	El estudiante identifica las herramientas necesarias para poder resolver los problemas.										
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	<p>El módulo está dividido en dos partes una de Álgebra conmutativa y otra de Álgebra no conmutativa.</p> <p>En el curso de Álgebra conmutativa está orientado hacia el estudio de los anillos noetherianos conmutativos que son la base de la Geometría Algebraica. En él se dan las herramientas básicas para trabajar con estos anillos. Cada tema se completa con el estudio de ejemplos concretos, con los que se puede apreciar cómo la teoría desarrollada ayuda a su comprensión.</p> <p>El curso de Álgebra no conmutativa es una introducción a la Teoría de los Anillos noetherianos no conmutativos. Es, por lo tanto, un complemento excelente del otro curso ya que el estudiante puede apreciar las diferencias entre la teoría conmutativa y la no conmutativa.</p>										
	<p style="text-align: center;"><b>ÁLGEBRA CONMUTATIVA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Anillos noetherianos.</li> <li>-Anillos artinianos.</li> <li>-Primos asociados y descomposición primaria.</li> <li>-Extensiones enteras.</li> <li>-Completación de un anillo noetheriano.</li> <li>-Teoría de la dimensión.</li> <li>-Métodos homológicos.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>TEORÍA DE ANILLOS Y MÓDULOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Anillo clásico de cocientes</li> <li>-Submódulos esenciales y módulos uniformes</li> <li>-Anillos de Goldie</li> <li>-Relación entre los anillos artinianos y los anillos noetherianos</li> <li>-Algunos problemas clásicos abiertos de anillos noetherianos</li> </ul>										

<b>ALGEBRA Y GEOMETRÍA ALGEBRAICA</b>	<b>METODOLOGÍA DOCENTE</b>	<p>La metodología docente está basada en clases magistrales, intentando fomentar al máximo la participación del alumno con preguntas y comentarios. Su interés en los diferentes temas puede hacer variar el enfoque de éstos y la profundidad con los que se abordan.</p> <p>Se distribuyen a los alumnos listas de problemas que deben entregar resueltos y/o explicar en la clase. Los problemas quieren hacer reflexionar al alumno sobre las materias explicadas y hacerle ver nuevas consecuencias de los resultados explicados en clase.</p> <p>Para resolver estos problemas pueden contar siempre con la orientación del profesor y, puede ser necesario, el uso adicional de la bibliografía del curso. Se ofrece la posibilidad al alumno de profundizar en temas que puedan resultarles de especial interés.</p>					
		<b>DISTRIBUCIÓN TEMPORAL</b>					
		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 60%;">Sesiones presenciales</td> <td style="text-align: right;">30%</td> </tr> <tr> <td>Sesiones tutorizadas</td> <td style="text-align: right;">10%</td> </tr> <tr> <td>trabajo autónomo</td> <td style="text-align: right;">60%</td> </tr> </table>	Sesiones presenciales	30%	Sesiones tutorizadas	10%	trabajo autónomo
	Sesiones presenciales	30%					
Sesiones tutorizadas	10%						
trabajo autónomo	60%						
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Se combina la evaluación de los problemas o trabajos entregados con un examen final escrito.</p> <p>La nota final se obtendrá al ponderar las calificaciones obtenidas en las dos partes del módulo</p>						
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<p>-M. F. Atiyah y I. G. Macdonald, Introducción al Álgebra conmutativa, Reverté 1978.</p> <p>-W. Bruns and J. Herzog, Cohen Macaulay rings, Cambridge studies in Advanced Mathematics 39, Cambridge University Press 1993.</p> <p>-A. W. Chatters and C. R. Hajarnavis, Rings with Chain Conditions, Pitman, London, 1980.</p> <p>-D. Eisenbud, Commutative algebra with a view towards algebraic geometry, GTM 150, Springer-Verlag, 1995.</p> <p>-K. R. Goodearl and R. B. Warfield, An Introduction to Noncommutative Noetherian Rings, Cambridge University Press, Cambridge, 1989.</p> <p>- A. V. Jategaonkar, Localization in Noetherian Rings, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.</p> <p>-H. Matsumura, Commutative ring theory, Cambridge studies in Advanced Mathematics 8, Cambridge University Press 1989.</p> <p>- J. C. McConnell and J. C. Robson, Noncommutative Noetherian Rings, Wiley-Interscience, New York, 1987.</p> <p>-O. Zariski and P. Samuel, Introduction to commutative algebra, Vol. I and II, GTM, Springer-Verlag 1975.</p>						

<b>AMPLIACIÓ DE ANÁLISIS MATEMÁTICO</b>	<b>AMPLIACIÓN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OPTATIVO</b>
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b>	
		• Conseguir un conocimiento más profundo del comportamiento de las funciones holomorfas.	
		• Resolver problemas básicos en el contexto de la Teoría de espacios de Banach utilizando los teoremas centrales de la teoría.	
		• Comprender el concepto de integral singular, los ejemplos más clásicos y saberlo relacionar con la teoría de la medida.	
		• Expresar correctamente y con rigor, razonamientos propios del Análisis Matemático Superior, tanto de forma oral como escrita.	
	• Manifestar una completa autonomía para acceder a la bibliografía necesaria para ampliar conocimientos.		
<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	
	Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	Se amplían y se profundiza en los temas de Análisis Matemático tratados anteriormente, introduciendo nuevas herramientas y conceptos.	
	Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.	El estudiante aprende, a través de las diversas actividades, a expresar ideas matemáticas de manera profesional.	
	Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.	El estudiante identifica las herramientas necesarias para poder resolver los problemas.	
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	El módulo está dividido en dos partes. Una de ellas profundiza aspectos del Análisis real y Armónico mientras que la otra centrará su atención en temas de Análisis Complejo.		
	La parte de Análisis Real versará sobre la teoría básica de Análisis Funcional dirigiéndola, principalmente, hacia el estudio de la Transformada de Hilbert y de Fourier.		
	La segunda parte, se concentrará en familias de funciones holomorfas, el concepto de familia normal y el papel de éste en la teoría de representaciones conformes.		
	<b>AMPLIACIÓN DE ANÁLISIS REAL Y ARMÓNICO</b>		
1. Teoremas centrales de los Espacios de Banach.			
2. Teoría abstracta de la medida.			
3 Representación de Fourier, discreta y continua.			
4 Transformada de Hilbert.			
5 Integrales singulares.			
<b>AMPLIACIÓN DE ANÁLISIS COMPLEJO</b>			
1. Representación conforme.			
2. Valores omitidos por las funciones analíticas.			
3. Aproximación racional.			

AMPLIACIÓN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO

**METODOLOGÍA DOCENTE**

La metodología docente está basada en clases magistrales, intentando fomentar al máximo la participación del alumno con preguntas y comentarios. Su interés en los diferentes temas puede hacer variar el enfoque de éstos y la profundidad con los que se abordan. Se distribuyen a los alumnos listas de problemas que deben entregar resueltos y/o explicar en la clase. Los problemas quieren hacer reflexionar al alumno sobre las materias explicadas y hacerle ver nuevas consecuencias de los resultados explicados en clase. Para resolver estos problemas pueden contar siempre con la orientación del profesor y, puede ser necesario, el uso adicional de la bibliografía del curso. Se ofrece la posibilidad al alumno de profundizar en temas que puedan resultarles de especial interés.

**DISTRIBUCIÓN TEMPORAL**

Sesiones presenciales	30%
Sesiones tutorizadas	10%
trabajo autónomo	60%

**EVALUACIÓN**

Se combina la evaluación de los problemas o trabajos entregados con un examen final escrito. La nota final se obtendrá al ponderar las calificaciones obtenidas en las dos partes del módulo

**BIBLIOGRAFÍA**

**J. Cerdà** *Introducció a l'anàlisi funcional*, Edicions Universitat de Barcelona 280.

**J. Cerdà** *Anàlisi Real*, Edicions Universitat de Barcelona, 1996. Segunda edición 2000.

**J. Duoandikoetxea**, *Fourier analysis*, Graduate Studies in Mathematics, 29. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

**L. Grafakos**, *Classical and Modern Fourier Analysis*, Pearson Education. Inc. 2004.

**P. D. Lax**, *Functional analysis*, Pure and Applied Mathematics (New York). Wiley-Interscience (John Wiley & Sons), New York, 2002.

**B.V. Limaye**, *Functional Analysis*, Wiley, 1.981.

**E. Stein and G. Weiss**, *Introduction to Fourier analysis on Euclidean spaces*, Princeton Mathematical Series, No. 32. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1971

**L. V. Ahlfors**, *Complex Analysis*, third edition, McGraw-Hill, 1979.

**S. Browder**, *Introduction to function algebras*, W.A. Benjamin, New York, 1969

**J. B. Conway**, *Functions of one complex variable*, second edition, Graduate in Mathematic, 11, Springer-Verlag 1986.

**G. M. Goluzin**, *Geometric Theory of Functions of a Complex Variable*, American Mathematical Society, , 1969.

**Ch. Pommerenke**, *Boundary Behaviour of Conformal Maps*, Springer-Verlag 1992.

**S. Saks and A. Zygmund**, *Analytic functions*, third edition, Elsevier Publishing Company, 1971.

<b>GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA</b>	<b>GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OPTATIVO</b>
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b>	
		• Demostrar una destreza en el razonamiento abstracto.	
		• Demostrar que ha comprendido los conceptos básicos tratados en el módulo.	
		• Utilizar las herramientas teóricas que se le han proporcionado para resolver los problemas que se propongan.	
		• Manipular las nociones básicas de homología (complejo de cadenas, homología, característica de Euler-Poincaré, obstrucciones)	
		• Aprender las propiedades básicas de las variedades lisas y de las funciones lisas.	
• Aplicar las herramientas algebraicas a problemas clásicos de topología diferencial (encajes, clasificación de superficies, trivialización de fibrados).			
• Manifiestar una completa autonomía para acceder a la bibliografía necesaria para ampliar conocimientos.			
<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>DESCRIPCION</b>	
	Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	A partir de los contenidos explicados en clase, se identifican nuevas estructuras geométricas y topológicas. Se estudian sus interrelaciones con otros objetos matemáticos clásicos, como las curvas, las superficies y los grupos de matrices.	
	Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.	A partir de los ejemplos estudiados en clase, se introducen conceptos nuevos, generalizando algunas construcciones clásicas, que mantienen las mismas propiedades esenciales. Se resuelven algunos problemas propuestos en clase usando adecuadamente las herramientas introducidas, una vez que se han distinguido las propiedades básicas que permiten aplicarlas.	
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	El módulo está dividido en dos partes. Una de ellas desarrolla aspectos de Geometría Diferencial mientras que la otra introducirá al estudiante en la Teoría de Morse.		
	<b>GEOMETRÍA DIFERENCIAL</b>		
	1.- Noción de fibrado. 2.- Operaciones sobre fibrados. 3.- Clases características.		
<b>TEORÍA DE MORSE</b>			
1.- Teoría de variedades 2.- Funciones de Morse 3.- Noción de homología			

<b>GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA</b>	<b>METODOLOGÍA DOCENTE</b>	<p>La metodología docente está basada en clases magistrales, intentando fomentar al máximo la participación del alumno con preguntas y comentarios. Su interés en los diferentes temas puede hacer variar el enfoque de éstos y la profundidad con los que se abordan.</p> <p>Se distribuyen a los alumnos listas de problemas que deben entregar resueltos y/o explicar en la clase. Los problemas quieren hacer reflexionar al alumno sobre las materias explicadas y hacerle ver nuevas consecuencias de los resultados explicados en clase.</p> <p>Para resolver estos problemas pueden contar siempre con la orientación del profesor y, puede ser necesario, el uso adicional de la bibliografía del curso. Se ofrece la posibilidad al alumno de profundizar en temas que puedan resultarles de especial interés.</p>					
		<b>DISTRIBUCIÓN TEMPORAL</b>					
		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">Sesiones presenciales</td> <td style="text-align: right;">30%</td> </tr> <tr> <td>Sesiones tutorizadas</td> <td style="text-align: right;">10%</td> </tr> <tr> <td>trabajo autónomo</td> <td style="text-align: right;">60%</td> </tr> </table>	Sesiones presenciales	30%	Sesiones tutorizadas	10%	trabajo autónomo
	Sesiones presenciales	30%					
	Sesiones tutorizadas	10%					
trabajo autónomo	60%						
<b>EVALUACIÓN</b>	<p>Se combina la evaluación de los problemas o trabajos entregados con un examen final escrito.</p> <p>La nota final se obtendrá al ponderar las calificaciones obtenidas en las dos partes del módulo</p>						
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<p>J. Milnor, Morse theory. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1974. xvi+222</p> <p>A. A. Kosinski, Differential Manifolds. Pure and Applied Mathematics, 138. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1993. xvi+248 pp</p> <p>M.W. Hirsch, Differential topology. Graduate Texts in Mathematics, No. 33.</p> <p>J. Milnor, Characteristic classes, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1974 329pp.</p> <p>George W. Whitehead, "Elements of homotopy theory" Graduate Texts in Math. Springer 1978.</p>						

<b>PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA</b>	<b>PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OPTATIVO</b>
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b>	
		Situarse correctamente y entender la fundamentación de la Probabilidad en el contexto de la matemática actual.	
		Ampliar de manera autónoma sus conocimientos de Probabilidad y sus aplicaciones.	
		Utilizar las técnicas habituales de probabilidad para demostrar resultados en el seno de la teoría tratada.	
		Reconocer en la Estadística una disciplina matemática más y una herramienta para analizar datos de la realidad.	
		Leer revistas especializadas de Probabilidad y de Estadística, así como de trabajar en temas de estos campos en los que se hace investigación. Redactar trabajos con rigor profesional	
	<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>DESCRIPCION</b>
		Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	Se identifican y relacionan objetos de la Teoría de la Probabilidad con objetos más generales o análogos del Análisis Matemático.
		Utilizar con destreza el programario científico matemático.	Dominio tanto de las herramientas de procesamiento de textos y elaboración de gráficos, como del programario habitual en Estadística.
Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.		El estudiante aprende a explicar satisfactoriamente un trabajo científico ante un auditorio y a redactar informes estadísticos relacionados con un problema concreto.	
Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.		El estudiante identifica las herramientas necesarias para poder resolver los problemas.	
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	El módulo se subdivide en dos asignaturas, de 6 y 4 créditos respectivamente. La primera fundamenta el cálculo probabilístico en la Teoría de la Medida y la Integración, que es la que ofrece el marco oportuno para ello. Se estudian desde las nociones básicas de esta teoría, pasando por el concepto fundamental de ley de un objeto aleatorio, hasta los temas básicos pero variados de los procesos estocásticos. La segunda de las asignaturas será más variable entre cursos académicos y desarrollará algún aspecto avanzado de la teoría o las aplicaciones.		
	<b>PROBABILIDADES Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS</b>		
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Medidas.</li> <li>2. Funciones medibles e integración.</li> <li>3. Producto de espacios de medida.</li> <li>4. Sucesiones de variables aleatorias.</li> <li>5. Sucesiones de probabilidades.</li> <li>6. Procesos estocásticos. Generalidades.</li> <li>7. Ejemplos de procesos estocásticos.</li> <li>8. Propiedades de medibilidad.</li> <li>9. "Análisis aleatorio".</li> <li>10. Propiedades de las leyes.</li> <li>11. Propiedades con probabilidad 1.</li> </ol>		
	<b>ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. El proceso de Wiener. Propiedades de sus trayectorias.</li> <li>2. Introducción a los tiempos de paro y a las martingalas.</li> <li>3. La integral estocástica de Itô.</li> <li>4. Introducción a las ecuaciones diferenciales estocásticas.</li> </ol>			

<b>PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA</b>	<b>METODOLOGÍA DOCENTE</b>	Fundamentalmente se desarrollarán actividades de enseñanza-aprendizaje presencial en el aula. Sin embargo habrá una parte de aprendizaje dirigido por los profesores en el que se supervisarán los ejercicios que los estudiantes prepararán en grupo o individualmente.					
		<b>DISTRIBUCIÓN TEMPORAL</b>					
		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">Sesiones presenciales</td> <td style="text-align: right;">30%</td> </tr> <tr> <td>Sesiones tutorizadas</td> <td style="text-align: right;">10%</td> </tr> <tr> <td>trabajo autónomo</td> <td style="text-align: right;">60%</td> </tr> </table>	Sesiones presenciales	30%	Sesiones tutorizadas	10%	trabajo autónomo
	Sesiones presenciales	30%					
	Sesiones tutorizadas	10%					
	trabajo autónomo	60%					
	<b>EVALUACIÓN</b>	Se evaluará en base a los ejercicios que el estudiante irá desarrollando y entregando durante el curso (50%) y a un examen final donde sólo se exigirá casi exclusivamente demostrar el conocimiento de los conceptos más fundamentales (50%). Se requiere una puntuación mínima en este último apartado. En general, ambas asignaturas se evalúan por separado.					
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>A. Alabert:</b> "Medida y Probabilidad", Publicaciones UAB, 1997.						
	<b>R. Ash:</b> "Real Analysis and Probability", 1972.						
	<b>A.D. Wentzell,</b> "A course in the theory of stochastic processes", 1981.						
	<b>L. Arnold:</b> Stochastic Differential Equations. Theory and Applications. 1974.						
	<b>B. Oksendal:</b> Stochastic Differential Equations. 1995						

<b>SISTEMAS DINÁMICOS Y ECUACIONES DIFERENCIALES</b>	<b>SISTEMAS DINÁMICOS Y ECUACIONES DIFERENCIALES</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OPTATIVO</b>	
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b>		
		Conocer y entender los resultados fundamentales de la teoría de las ecuaciones diferenciales, sus demostraciones y algunos problemas actuales abiertos.		
		Idear demostraciones de resultados relacionados con los expuestos en clase.		
		Conjeturar resultados e imaginar estrategias para confirmar o rehusar estas conjeturas.		
		Usar algún software matemático si ello es necesario para la resolución de problemas.		
	Modelizar situaciones y expresarlas en lenguaje matemático.			
	<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	
		Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	Se identifica la aparición de sistemas dinámicos en diferentes contextos y se clasifican según diversas perspectivas.	
		Modelizar situaciones y expresarlas en lenguaje matemático.	Se presentan problemas reales y se modelizan a través de sistemas dinámicos	
Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.		El estudiante identifica las herramientas necesarias para poder resolver los problemas.		
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	El módulo se subdivide en dos asignaturas, de 6 y 4 créditos respectivamente. La primera consiste en un curso avanzado de Sistemas Dinámicos mientras que la segunda consiste en una Ampliación de Ecuaciones Diferenciales en derivadas Parciales, poniendo un énfasis especial en métodos variacionales.			
	<b>SISTEMAS DINÁMICOS</b>			
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sistemas lineales hiperbólicos continuos y discretos.</li> <li>2. Homeomorfismos del círculo.</li> <li>3. Formas normales.</li> <li>4. Índices de puntos singulares en el plano.</li> <li>5. La compactificación de Poincaré.</li> <li>6. Desingularización de singularidades no elementales del plano.</li> <li>7. Períodos de las funciones continuas del intervalo: El teorema de Sharkovskii.</li> <li>8. Funciones unimodales.</li> <li>9. Caos en funciones unimodales.</li> </ol>			
<b>ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES</b>				
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. El problema de Dirichlet y su aplicación a la electrostática.</li> <li>2. Principios variacionales y métodos funcionales.</li> <li>3. Noción de solución débil de un problema de ecuaciones en derivadas parciales.</li> <li>4. Espacios de Sobolev.</li> <li>5. El teorema de la proyección ortogonal.</li> <li>6. Existencia y unicidad de solución del problema de Dirichlet.</li> <li>7. Regularidad de la solución del problema de Dirichlet.</li> </ol>				

<b>SISTEMAS DINÁMICOS Y ECUACIONES DIFERENCIALES</b>	<b>METODOLOGÍA DOCENTE</b>	En las asignaturas correspondientes a este módulo el alumno asiste a unas clases magistrales donde el profesor explica los contenidos de la materia expuestos anteriormente. Al mismo tiempo que se desarrolla el programa el profesor entrega a los alumnos unas listas de problemas, que los alumnos deberán resolver y entregarlos al profesor de manera periódica. Para ello a veces deben recurrir a la bibliografía recomendada, tener entrevistas con el profesor, buscar bibliografía adecuada o usar algún programario científico para poder realizar el trabajo.
		<b>DISTRIBUCIÓN TEMPORAL</b>
		Sesiones presenciales 30%
		Sesiones tutorizadas 10%
		trabajo autónomo 60%
	<b>EVALUACIÓN</b>	Se combina la evaluación de los problemas o trabajos entregados con un examen final escrito. La nota final se obtendrá al ponderar las calificaciones obtenidas en las dos partes del módulo
	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	D. K. ARROWSMITH, C. M. PLACE. An Introduction to dynamical systems. Cambridge University Press, 1990.
		R.L. DEVANEY. An Introduction to chaotic dynamical systems. The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986
		J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields. Springer-Verlag, 1993
		M. C. IRWIN. Smooth Dynamical Systems. Advanced Series in Nonlinear Dynamics, vol. 17, World Scientific, 2001
L. PERKO. Differential Equations and Dynamical Systems. Springer-Verlag, 1996		
C. ROBINSON. Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos. CRC Press, 1999		
J. SOTOMAYOR. Lições de equações diferenciais ordinárias. Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg. Ltda., 1979.		
L.C. EVANS. Partial Differential Equations. AMS, 2002.		
J. JOST. Partial Differential Equations. Springer, 2002		
A.F. MONNA. Dirichlet's principle : a mathematical comedy of errors and its influence on the development of analysis. Utrecht : Oosthoek, Schelteme & Holkema, 1975		
H. BREZIS. Análisis Funcional. Madrid, Alianza Editorial, 1984		

<b>TRABAJO DIRIGIDO</b>	<b>TRABAJO DIRIGIDO</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OPTATIVO</b>	
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<p><b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b></p> <p>Alcanzar unos conocimientos concretos a partir de una bibliografía propuesta.</p> <p>Ampliar autónomamente, a partir de la bibliografía especializada, los contenidos específicos propuestos.</p> <p>Escribir un trabajo especializado con el procesador de textos matemáticos TeX.</p>		
	<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>		<b>DESCRIPCION</b>
		Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades		Relaciona el tema concreto que se estudia con otros próximos o que se han estudiado previamente
		Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.		A la hora de escribir, resume adecuadamente los contenidos.
		Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.		El estudiante aprende, a través de las diversas actividades, a expresar ideas matemáticas de manera profesional.
		Utilizar con destreza el programario científico matemático.		El estudiante aprende a usar el procesador de textos TeX
	Conjeturar e imaginar estrategias para confirmar o refutar estas conjeturas.		Se extraen ideas de los temas estudiados y se explican cómo se relacionan.	
	<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	Trabajo personalizado y dirigido por un tutor consistente en estudiar autónomamente un tema concreto de Matemáticas Avanzadas.		
	<b>METODOLOGÍA DOCENTE</b>	La metodología docente combinará las tutorías con el director del trabajo con el trabajo autónomo del estudiante.		
<b>EVALUACIÓN</b>	La evaluación se realizará a partir del trabajo escrito, teniendo en cuenta la calidad de éste, la dedicación del estudiante y el grado de profundidad que haya alcanzado. Dicha evaluación será llevada a cabo por el tutor.			
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	Dependerá del tema escogido por el estudiante. Será el tutor quien proporcione la bibliografía que deberá utilizar.			

<b>TRABAJO DE INVESTIGACIÓN</b>	<b>TRABAJO DE INVESTIGACIÓN</b>	<b>10 ECTS</b>	<b>OBLIGATORIO</b>
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	<b>Al finalizar el módulo, el estudiante será capaz de</b>	
		Comprender el estado actual de un tema de investigación.	
		Entender el inglés usado en Matemáticas a partir de la bibliografía objeto del trabajo.	
		Buscar de forma completamente autónoma, en bibliografía especializada, los resultados matemáticos necesarios para su investigación.	
		Exponer ante un público especializado el resultado de su investigación.	
	Escribir un trabajo especializado con el procesador de textos matemáticos TeX.		
	<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>
		Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	Relaciona el tema concreto que se estudia con otros próximos o que se han estudiado previamente
		Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.	A la hora de escribir, resume adecuadamente los contenidos.
Expresar correctamente desde el punto de vista formal, resultados matemáticos.		El estudiante aprende, a través de las diversas actividades, a expresar ideas matemáticas de manera profesional.	
Idear demostraciones		El estudiante comprende problemas y temas relacionados y analiza con detalle las demostraciones buscando, si es posible, generalizaciones.	
Utilizar con destreza el programario científico matemático.		El estudiante aprende a usar el procesador de textos TeX	
Conjeturar e imaginar estrategias para confirmar o refutar estas conjeturas.	Se extraen ideas de los temas estudiados y se explican cómo se relacionan.		
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	Trabajo personalizado y dirigido por un tutor consistente en estudiar autónomamente un tema concreto de Matemáticas Avanzadas.		
<b>METODOLOGÍA DOCENTE</b>	La metodología docente combinará las tutorías con el director del trabajo con el trabajo autónomo del estudiante.		
<b>EVALUACIÓN</b>	La evaluación se realizará a partir del trabajo escrito, teniendo en cuenta la calidad de éste, la dedicación del estudiante y el grado de profundidad que haya alcanzado. Dicha evaluación será llevada a cabo por un tribunal formado por tres personas del que el director no formará parte.		
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	Dependerá del tema escogido por el estudiante. Será el tutor quien proporcione la bibliografía que deberá utilizar.		

<b>COMPLEMENTOS TRANSVERSALES DE MATEMÁTICAS</b>	<b>COMPLEMENTOS TRANSVERSALES DE MATEMÁTICAS</b>	<b>15 ECTS</b>	<b>OBLIGATORIO</b>	
	<b>OBJETIVOS FORMATIVOS DEL MÓDULO</b>	Ofrecer un módulo obligatorio para todos los estudiantes del Máster, cuyos contenidos puedan ser de interés general y contribuyan a una sólida formación del titulado. No se pretende que el estudiante obtenga un conocimiento profundo o especializado de los temas que se le proponen, sino que complete su formación con temas actuales que aumenten su competencia como matemático profesional.		
	<b>COMPETENCIAS PROPIAS DEL MÓDULO</b>	<b>COMPETENCIA</b>	<b>DESCRIPCION</b>	
		Identificar objetos matemáticos nuevos, relacionarlos con otros conocidos y deducir propiedades	Se atacan problemas clásicos y nuevos utilizando herramientas de matemática avanzada.	
		Modelizar situaciones y expresarlas en lenguaje matemático.	Se presentan problemas reales de modelización en el ámbito de la Biología y se construyen modelos matemáticos.	
		Distinguir ante un problema matemático lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.	El estudiante estudia los conceptos subyacentes en la Geometría y en la teoría de ecuaciones diferenciales para descubrir los puntos clave.	
		Diseñar y utilizar de manera eficiente algoritmos con soporte informático.	El estudiante hará simulaciones numéricas o que requieran el uso de manipuladores algebraicos.	
Utilizar con destreza el programario científico matemático.	Se usan programas adecuados para obtener de manera eficiente los resultados buscados.			
<b>CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL MÓDULO</b>	El módulo se divide en tres asignaturas cuyo contenido puede variar de un curso académico a otro, en función de las necesidades de los estudiantes. Por regla general, los contenidos serán polivalentes y se adecuarán a un público diverso.			
	<b>GEOMETRÍA DIFERENCIAL GLOBAL</b>			
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Por qué la derivada del volumen de la esfera es igual a su área?</li> <li>2. ¿Qué relación existe entre la curvatura de una superficie y el volumen de dicha superficie "engordada"?</li> <li>3. ¿Podemos tener un nudo con poca curvatura?</li> <li>4. ¿Podemos aplastar un toro hasta que tenga curvatura nula? ¿y curvatura positiva?</li> <li>5. ¿Qué sabía Bonnet del teorema de Gauss-Bonnet?</li> <li>6. ¿Qué tiene que ver el teorema de Hilbert con la película "Una mente prodigiosa"?</li> <li>7.Cuál es el área más grande que cabe en un perímetro dado?</li> </ol>			
	<b>COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL</b>			
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ejemplos de decisión y de problemas de optimización en el mundo real.</li> <li>2. Algoritmos y clases de complejidad.</li> <li>3. Algoritmos de aproximación</li> <li>4. Clases de aproximación</li> <li>5. Aproximación asintótica y aleatoria.</li> <li>6. Teoría formal de la complejidad.</li> </ol>				
<b>MODELOS MATEMÁTICOS DE PROCESOS QUÍMICOS Y BIOLÓGICOS</b>				
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modelos de tiempo continuo de una sola especie biológica: bifurcaciones e histéresis. Oscilaciones en modelos de Ecología y en reacciones químicas. Crecimiento lineal de poblaciones estructuradas.</li> <li>2. Reacción-difusión en dimensión 1. La ecuación de Fisher. Equilibrios y ondas viajeras.</li> <li>3. Problema de valor inicial para los sistemas de ecuaciones de reacción-difusión. Principio de estabilidad lineal.</li> <li>4. Inestabilidad de equilibrios homogéneos y morfogénesis en sistemas químicos y biológicos. El mecanismo de Turing.</li> </ol>				

**COMPLEMENTOS TRANSVERSALES DE MATEMÁTICAS**

**METODOLOGÍA DOCENTE**

En las asignaturas correspondientes a este módulo el alumno asiste a unas clases magistrales donde el profesor explica los contenidos de la materia. Al mismo tiempo que se desarrolla el programa el profesor entrega a los alumnos unas listas de problemas, que éstos deberán resolver y entregar de manera periódica. Para ello, en ocasiones, los estudiantes se verán obligados a recurrir a la bibliografía recomendada, tener entrevistas con el profesor, buscar bibliografía adecuada o usar algun programario científico.

**DISTRIBUCIÓN TEMPORAL**

Sesiones presenciales	30%
Sesiones tutorizadas	10%
trabajo autónomo	60%

**EVALUACIÓN**

Se combina la evaluación de los problemas o trabajos entregados con un examen final escrito. La nota final se obtendrá al ponderar las calificaciones obtenidas en las tres partes del módulo

**BIBLIOGRAFÍA**

[BBI01] Dmitri Burago, Yuri Burago, and Sergei Ivanov, A course in metric geometry, Graduate Studies in Mathematics, vol. 33, American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

[Ber85] Marcel Berger, La géométrie métrique des variétés riemanniennes (variations sur la formule  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ), Astérisque (1985), no. Numero Hors Serie, 9–66.

[BG92] Marcel Berger and Bernard Gostiaux, Géométrie différentielle: variétés, courbes et surfaces, second ed., Mathématiques. [Mathematics], Presses Universitaires de France, Paris, 1992.

[BZ88] Yu. D. Burago and V. A. Zalgaller, Geometric inequalities, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, vol. 285, Springer-Verlag, Berlin, 1988.

[dC76] Manfredo P. do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1976.

[dC92] Manfredo Perdigão do Carmo, Riemannian geometry, Mathematics: Theory & Applications, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1992.

[GP74] Victor Guillemin and Alan Pollack, Differential topology, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1974.

[Gra04] Alfred Gray, Tubes, second ed., Progress in Mathematics, vol. 221, Birkhäuser Verlag, Basel, 2004.

[Gri78] Phillip A. Griffiths, Complex differential and integral geometry and curvature integrals associated to singularities of complex analytic varieties, Duke Math. J. 45 (1978), no. 3, 427–512.

[Lan97] Remi Langevin, Introduction to integral geometry, 21 Colóquio Brasileiro de Matemática. [21st Brazilian Mathematics Colloquium], Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 1997.

[San04] Luis A. Santaló, Integral geometry and geometric probability, second ed., Cambridge Mathematical Library, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

[Sch93] Rolf Schneider, Convex bodies: the Brunn-Minkowski theory, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 44, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

Ausiello et al: Computational Complexity. Springer, 1999.

Murray J.D., Mathematical Biology, Springer-Verlag, 1993. (Cap. 1, 3, 6, 9, 11, 14.)

Perelló C. Un problema per als matemàtics: Com es perd la uniformitat d'un medi. Pub. Mat. 19, 1980.

Webb G. F. Theory of nonlinear age-dependant population dynamics. New York [etc.]: Marcel Dekker, 1985 (cap. 1)

Aris R. Mathematical modelling techniques. New York. Dover Publications, 1994.

Kapur, J. N. Mathematical modelling / J.N. Kapur. New York. John Wiley and Sons, 1988.

Winfrey, Arthur T. The Geometry of biological time. New York. Springer-Verlag, 1980.