Universitat Autònoma de Barcelona

# Documents de treball

## EVALUACIÓN DE FONDOS DE INVERSIÓN GARANTIZADOS POR MEDIO DE *PORTFOLIO INSURANCE*

**Sílvia Bou Ysàs**

**Document de treball núm. 03/8**

Departament d'economia de l'empresa

Coordinador / Coordinator *Documents de treball:*

Esteve van Hemmen
http://selene.uab.es/dep-economia-empresa/codi/documents.html
e-mail: stefan.vanhemmen@uab.es
Telèfon / Phone: +34 93 5812257
Fax: +34 93 5812555

Edita / Publisher:

Departament d'economia de l'empresa
http://selene.uab.es/dep-economia-empresa/
Universitat Autònoma de Barcelona
Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials
Edifici B
08193 Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), Spain
Tel. 93 5811209
Fax 93 5812555

Setembre / September , 2003

# EVALUACIÓN DE FONDOS DE INVERSIÓN GARANTIZADOS POR MEDIO DE *PORTFOLIO INSURANCE*

**Sílvia Bou Ysàs**

**Document de treball núm. 03/8**

**Evaluación de fondos de inversión garantizados por medio de *portfolio insurance****

**Sílvia Bou Ysàs****

**Dpt. d'Economia de l'Empresa**
**Universitat Autònoma de Barcelona**

**Resumen:** La elaboración de un índice de *performance* para la evaluación de carteras de inversión tiene como base la correcta definición de la medida de riesgo a emplear. Este trabajo tiene como objetivo proponer una medida de *performance* adecuada a la evaluación de carteras de fondos de inversión garantizados .
Las particularidades de este tipo de fondos hacen necesario definir una medida explicativa de las características especificas de riesgo de este tipo de carteras. Partiendo de la estrategia de *porfolio insurance* se define una nueva medida de riesgo basada en el *downside risk.*
Proponemos como medida de *downside risk* aquella parte del riesgo total de una cartera de títulos que se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*. Por contraposición, proponemos como medida de *upside risk* aquella otra parte del riesgo total de la cartera que no desaparece con la estrategia de *portfolio insurance*. De este modo, la suma del *upside risk* y del *downside risk* es el riesgo total.
Partiendo de la medida de riesgo *upside risk* y del modelo de valoración de activos C.A.P.M. se propone una medida de *performance* específica para evaluar los fondos de inversión garantizados.

**Abstract:** Foundations for the construction of a performance index lay in the right definition of the risk measure that will be used. This paper proposes a performance measure suitable for guaranteed mutual funds.
Given the idiosyncrasy of this kind of mutual funds we first need to define a measure that explains the specific risk characteristics of these portfolios. Starting from a portfolio insurance strategy we define a new measure of risk based on the downside risk.
We propose as a measure for downside risk that part of a portfolio's total risk that can be eliminated implementing portfolio insurance while our measure for upside risk is the part of a portfolio's total risk that does not disappear using portfolio insurance. In this way the sum of the upside risk and the downside risk is the total risk.
Starting from the upside risk measure and the Capital Asset Princing Model we propose a specific performance measure to evaluate guaranteed mutual funds.

**JEL classification: G11,G23**.

**Palabras clave**: *Performance*, Medidas de riesgo, *Portfolio insurance* o protección de carteras.

*Este trabajo forma parte de la tesis doctoral dirigida por la doctora Mª Antonia Tarrazón Rodón que se está realizando en el marco del Programa de Doctorado Creación, Estrategia y Gestión de Empresas, del Departamento de Economía de la Empresa de la Universidad Autónoma de Barcelona.

**silvia.bou@uab.es          Tel.: 93 581 32 58 / Fax: 93 581 25 55

# Evaluación de fondos de inversión garantizados por medio de *portfolio insurance*

## Introducción.

Los fondos de inversión garantizados son instituciones de inversión colectiva con unas características de riesgo muy específicas que dificultan su evaluación mediante los índices de *performance* aplicables a la mayoría de los fondos de inversión.

Estas dificultades son debidas principalmente a que las medidas de performance clásicas, formuladas por Sharpe (1966), Treynor (1965) y Jensen (1968), no son capaces de recoger la eliminación de una parte del riesgo de la cartera por medio de un seguro de pérdidas. Las aproximaciones a distribuciones de probabilidades no simétricas se han centrado en considerar las implicaciones de esta asimetría sobre los resultados de modelos anteriores, como Pedersen y Satchell (2000), o en adecuar el modelo C.A.P.M. a esta asimetría, como Leland (1999).

El objetivo de este trabajo es la generación de un índice de *performance* que permita evaluar de manera correcta los resultados de fondos de inversión garantizados, por lo que se analizan las características de riesgo de carteras con seguro de pérdidas.

Con este fin se recurre a la estrategia de *portfolio insurance* o estrategia de protección de carteras, estudiada por Bookstaber y Langsam (1988 y 2000), y analizada empíricamente por Trennenpohl, Booth y Tehranian (1988).

Partiendo del enfoque seguido por Chamorro y Pérez de Villareal (1999), se introduce la estrategia de *portfolio insurance* para analizar las características de riesgo asociadas a una cartera asegurada, a partir de la cual se define una medida de riesgo ajustada a este tipo de carteras.

La definición de una medida de riesgo adecuada para una cartera protegida nos lleva a redefinir el concepto de *downside risk* , ya que las medidas de riesgo como la *downside deviation* y las medidas de *performance* basadas en la *downside deviation* como el ratio propuesto por Sortino (1994) no resultan adecuadas para este tipo de carteras.

Partiendo de una medida de riesgo adecuada y del modelo de valoración de activos C.A.P.M. formulado por Sharpe, Lintner y Mossin, se obtiene un *benchmark* o cartera de referencia que siguiendo el enfoque de Jensen (1968) y Bou (1999) nos permite definir una medida de *perfomance* adecuada para la evaluación de fondos de inversión garantizados.

## 1. El ***downside risk*** .

El *downside risk* es el riesgo de aquella parte de la distribución de probabilidades de la rentabilidad de una cartera que se sitúa por debajo de un determinado límite.

La medida más habitual de *downside risk* es la llamada *downside deviation*, que mide el promedio de desviación con respecto al límite tolerado, para el tramo inferior de la distribución de probabilidades, y se expresa de la siguiente forma:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\gamma^{-}\left(R_{p,t} - R_{MT}\right)^2} \qquad (1)$$

donde $R_{p,t}$ es la rentabilidad de la cartera *p* en el período *t*, *T* es el total de períodos estudiados, $R_{MT}$ es la rentabilidad mínima aceptable por el inversor y $\gamma^{-}$ es una variable binaria tal que: si $R_{p,t} \leq R_{MT}$ entonces $\gamma^{-} = 1$ y si $R_{p,t} \rangle R_{MT}$ entonces $\gamma^{-} = 0$.

Esta medida de riesgo es una semi-varianza[1] que nos indica la dispersión de la rentabilidad para la zona inferior al límite con respecto a este límite, que es la rentabilidad mínima aceptable.

Si el *downside risk* es el riesgo del tramo inferior de la distribución, una manera de medirlo es calcular en cuánto se reduce el riesgo total en el caso de poder eliminar las observaciones con valores inferiores al límite marcado por la rentabilidad mínima aceptable. Este enfoque hace que la *downside deviation* pierda capacidad explicativa y, por tanto, se propone el desarrollo de una medida de *downside risk* mas adecuada a nuestro planteamiento.

## 2. ***Portfolio insurance***

La estrategia de *portfolio insurance* o protección de carteras es una estrategia de inversión que permite al inversor limitar las pérdidas en el caso en que la rentabilidad de los títulos que componen su cartera sea inferior a determinado límite y obtener rentabilidades superiores en el caso contrario. En otras palabras, consiste en evitar el llamado *downside risk* o las rentabilidades situadas por debajo de un límite.

[1] Ver Harry M. Markowitz (1991),capítulo IX, Páginas 188 a 201.

## 2.1. Características de la estrategia de *portfolio insurance*

El objetivo de la estrategia de *portfolio insurance* se logra de forma relativamente sencilla adquiriendo una opción de venta europea sobre el activo subyacente al que se pretende asegurar una rentabilidad mínima. Consideramos en lo que sigue que se pretende asegurar una cartera que no paga dividendos, que, en la práctica, puede asimilarse a un fondo de inversión o a un fondo de pensiones que reinvierte en los mismos activos los dividendos percibidos. Las opciones sobre una cartera de este tipo pueden valorarse aplicando la fórmula de Black y Scholes (1973). En la siguiente ecuación aparece la limitación de la pérdida gracias al efecto del precio de ejercicio de la opción:

$$K = \left(A_0 + V_0\right) \cdot \omega \qquad (2)$$

donde $K$ es el precio de ejercicio de la opción de venta sobre la cartera, $A_0$ es el precio de la cartera que constituye el activo subyacente en el momento inicial, $V_0$ es el precio de la opción de venta sobre la cartera en el momento inicial y $\omega$ es el porcentaje mínimo sobre la inversión inicial que estamos dispuestos a obtener como resultado, de manera que si $\omega$ es igual a la unidad esto implica que queremos limitar la pérdida a cero.

Esta estrategia tiene, como es lógico, un coste que revierte en una menor rentabilidad final de la cartera. La rentabilidad de esta cartera viene determinada por la siguiente ecuación:

$$\widetilde{R}_p = \left(\alpha \cdot \sum_{j=1}^{n} X_j \widetilde{R}_{A_j}\right) + (1-\alpha) \cdot \widetilde{R}_V \qquad (3)$$

donde $\widetilde{R}_p$ es la rentabilidad de la cartera $p$, $\alpha$ es la proporción del presupuesto inicial utilizada para adquirir la cartera de acciones $p$, $\widetilde{R}_{A_j}$ es la rentabilidad de cada título, $X_j$ expresa la participación de cada acción en la cartera $p$, siendo $n$ el número total de acciones que componen esta cartera, (1-$\alpha$) es la proporción del presupuesto inicial que se dedica a la adquisición de la opción de venta y $\widetilde{R}_V$ es la rentabilidad de la opción de venta sobre la cartera de acciones $A$.

La ventaja que tiene el hecho de adquirir la opción de venta sobre el total de la cartera con respecto a asegurar los títulos uno a uno es que el riesgo de la cartera es inferior a la media ponderada de los riesgos de los distintos títulos que la componen, por tanto, el coste de asegurar la cartera es menor que el coste de asegurar los títulos por separado.

## 2.2. Valoración de la opción de venta

Seguidamente pasamos a estudiar las propiedades del activo asegurado comenzando por la valoración de la opción de venta. Esta opción presenta la particularidad de tener un precio de ejercicio igual al valor mínimo deseado para la cartera.

Tenemos entonces una opción de venta europea sobre una cartera de acciones para un período, con un precio de ejercicio igual a un porcentaje ω del valor inicial de la cartera conjunta de acciones y la correspondiente opción de venta sobre estas acciones.

El valor de la prima de una opción de venta por la fórmula de Black-Scholes se expresa de la siguiente forma:

$$V_0 = K \cdot e^{-r} N(\sigma - d) - A_0 N(-d) \qquad (4)$$

siendo
$$d = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{K}\right) + r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma} \qquad (5)$$

donde $K$ es el precio de ejercicio de la opción, $r$ es la tasa de interés libre de riesgo, $A_0$ es el valor de la cartera el momento inicial, y $\sigma$ es la desviación típica de la cartera que constituye el activo subyacente.

Considerando que del presupuesto de inversión $I$, una parte se dedicará a adquirir la cartera y la restante a la protección de la misma por medio de la opción de venta, realizamos el siguiente procedimiento.

Condiciones:

Presupuesto: $I = A_0 + V_0$ (6)

Rentabilidad mínima: $K = [\ A_0 + V_0\ ] \cdot \omega = I \cdot \omega$ (7)

Llamamos α a la proporción del presupuesto que se destina a adquirir el activo y (1 -α ) a la proporción del presupuesto inicial absorbida por la opción de venta.

$$A_0 = \alpha \cdot I \quad (8)$$

$$V_0 = (1-\alpha) \cdot I \quad (9)$$

Sustituyendo en la fórmula de Black-Scholes para el valor de la opción de venta:

$$(1-\alpha) \cdot I = I \cdot \omega \cdot e^{-r} N(\sigma - d) - \alpha \cdot I \cdot N(-d) \quad (10)$$

donde:

$$\frac{A_0}{K} = \frac{\alpha \cdot I}{I \cdot \omega} = \frac{\alpha}{\omega} \quad (11)$$

$$d = \frac{\ln \frac{\alpha}{\omega} + r + \left( \frac{\sigma^2}{2} \right)}{\sigma} \quad (12)$$

La ecuación resultante, una vez simplificada, es la siguiente:

$$(1-\alpha) = e^{-r} \omega \cdot N(\sigma - d) - \alpha \cdot N(-d) \quad (13)$$

Por medio de esta ecuación pretendemos calcular el valor de (1-α), o alternativamente, el valor de α. La ecuación (13) es implícita en α dado que α forma parte de $N(\sigma - d)$ y $N(-d)$, no obstante, podemos calcular el valor de α por métodos numéricos.

## 2.3. Propiedades de la estrategia de *portfolio insurance*.

Al analizar la función vemos que se trata de una función continua que posee un límite en $\omega = 1 + r$ .Su comportamiento con respecto a las distintas variables se ve reflejado en el signo de las derivadas parciales correspondientes.

En primer lugar, se estudia el comportamiento de la variable α (que expresa la proporción del presupuesto inicial empleada en la adquisición de la cartera) con respecto al nivel de riesgo σ:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} = \frac{e^{\frac{(2r+\sigma^2)^2+4\ln\left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^2}{8\sigma^2}} \sqrt{\frac{2}{r}} \cdot \omega \cdot \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}-\frac{r}{\sigma^2}}}{-2-2N(d_1)} < 0 \tag{14}$$ [2]

El signo de esta derivada parcial es negativo, lo que nos indica que, a mayor volatilidad menor proporción del presupuesto inicial se emplea en adquirir acciones, ya que, al incrementarse el coste de la opción de venta la parte del presupuesto inicial dedicada al seguro crece.

En segundo lugar, se observa el comportamiento de la variable α con respecto a la proporción del presupuesto inicial que se desea asegurar (ω):

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \omega} = e^{-r} \cdot \frac{-N(d_1)}{N(d_2)} < 0 \tag{15}$$ [3]

La derivada tiene signo negativo, lo que indica que, cuanto mayor es la proporción del presupuesto inicial que se pretende asegurar mayor es el coste de la opción y, por tanto, menor es la parte del presupuesto inicial que se puede dedicar a la compra de acciones.

En tercer lugar, se analiza la evolución de la variable α con respecto a la tasa libre de riesgo:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{e^{-r}\omega \cdot N(d_1)}{N(d_2)} > 0 \tag{16}$$

El signo de esta derivada es positivo, lo que nos indica que, si la tasa libre de riesgo se incrementa, la proporción del presupuesto inicial que se puede dedicar a la adquisición de acciones es mayor.

---

[2] $d_1 = \frac{\ln\frac{\alpha}{\omega} + r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma}$

[3] $d_2 = \frac{-\ln\frac{\alpha}{\omega} - r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)}{}$

## 2.4. Simulación

Una vez estudiado el comportamiento de la función y con el fin de determinar la posible aplicabilidad de este planteamiento de una manera empírica, se procede a ejecutar una simulación para valores razonables en los mercados financieros.

Tomamos como valor de la tasa libre de riesgo el 5% y calculamos los distintos valores que van tomando $\alpha$ y $(1-\alpha)$ en función de $\omega$,o lo que es lo mismo, la rentabilidad inferior tolerada, para un valor de $\sigma$ fijado. Este procedimiento se ejecuta para $\sigma$ = (10%, 25%, 50%, 75%, 100% y 500%)

Así obtenemos la proporción del presupuesto inicial que se emplea en adquirir la cartera y que proporción se emplea en asegurar el riesgo por medio de la opción de venta, para los distintos niveles de riesgo considerados (cabe remarcar que el valor de $\sigma$ = 500% se ha tomado como valor extremo y no como dato probable en un mercado financiero).

En las siguientes tablas vemos los resultados obtenidos por la simulación, la tabla 1 nos muestra los valores de $\alpha$ y $(1-\alpha)$ para los niveles de $\sigma$ 10%, 25% y 50%, en la tabla 2 vemos los resultados obtenidos para desviaciones típicas de 75%, 100% y 500%.

TABLA 1

| | $1+r$ = 1,05 $\sigma$ = 0,10 | | $1+r$ = 1,05 $\sigma$ = 0,25 | | $1+r$ = 1,05 $\sigma$ = 0,50 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\omega$ | $\alpha$ | $1-\alpha$ | $\alpha$ | $1-\alpha$ | $\alpha$ | $1-\alpha$ |
| 0,25 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,999857 | 0,000143 |
| 0,3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,999485 | 0,000515 |
| 0,4 | 1 | 0 | 0,999998 | 2E-06 | 0,996877 | 0,003123 |
| 0,5 | 1 | 0 | 0,999927 | 7,3E-05 | 0,98929 | 0,01071 |
| 0,6 | 1 | 0 | 0,99917 | 0,00083 | 0,97313 | 0,02687 |
| 0,7 | 1 | 0 | 0,995329 | 0,004671 | 0,943886 | 0,056114 |
| 0,75 | 0,999992 | 8E-06 | 0,990644 | 0,009356 | 0,922392 | 0,077608 |
| 0,8 | 0,999913 | 8,7E-05 | 0,982666 | 0,017334 | 0,894707 | 0,105293 |
| 0,9 | 0,997386 | 0,002614 | 0,948706 | 0,051294 | 0,811515 | 0,188485 |
| 1 | 0,969726 | 0,030274 | 0,850276 | 0,149724 | 0,643869 | 0,356131 |
| 1,05 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | | | | | | |

TABLA 2

| | $1+r$ = 1,05 σ = 0,75 | | $1+r$ = 1,05 σ =1 | | $1+r$ = 1,05 σ =5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ω | α | 1-α | α | 1-α | α | 1-α |
| 0,25 | 0,99626 | 0,00374 | 0,984434 | 0,015566 | 0,767096 | 0,232904 |
| 0,3 | 0,992367 | 0,007633 | 0,974254 | 0,025746 | 0,719841 | 0,280159 |
| 0,4 | 0,978266 | 0,021734 | 0,945046 | 0,054954 | 0,625084 | 0,374916 |
| 0,5 | 0,953668 | 0,046332 | 0,9032557 | 0,0967443 | 0,530048 | 0,469952 |
| 0,6 | 0,916019 | 0,083981 | 0,847517 | 0,152483 | 0,434754 | 0,565246 |
| 0,7 | 0,86189 | 0,13811 | 0,775373 | 0,224627 | 0,339196 | 0,660804 |
| 0,75 | 0,826984 | 0,173016 | 0,731816 | 0,268184 | 0,291306 | 0,708694 |
| 0,8 | 0,785402 | 0,214598 | 0,682058 | 0,317942 | 0,243332 | 0,756668 |
| 0,9 | 0,673644 | 0,326356 | 0,55668 | 0,44332 | 0,147051 | 0,852949 |
| 1 | 0,480154 | 0,519846 | 0,360393 | 0,639607 | 0,0499754 | 0,9500246 |
| 1,05 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Se observa que para $\omega = 1+r$ los resultados nos llevan a emplear el total del presupuesto en adquirir la opción y, por tanto, no es posible comprar acciones. Este hecho es debido a que la función tiene un límite en este punto, de lo que concluimos que la estrategia de *portfolio insurance* no permite asegurar una proporción del presupuesto inicial igual o superior a $\omega = 1+r$.

Una vez obtenido el valor de α correspondiente, podemos calcular cuál es la rentabilidad que debe obtener la cartera de acciones para que la rentabilidad de la cartera asegurada iguale a la rentabilidad del título libre de riesgo:

$$\left(1+\overline{R}_A\right)\cdot\alpha + \left(1+\overline{R}_V\right)\cdot\left(1-\alpha\right) = 1+r \qquad (17)$$

En la tabla 3 se muestran las rentabilidades mínimas a obtener por una cartera con desviación típica σ = 25% , para que la rentabilidad de la cartera asegurada iguale a la rentabilidad del título libre de riesgo. También se calculan las probabilidades asociadas a que la cartera asegurada iguale o supere la rentabilidad del título libre de riesgo para rentabilidades esperadas $\overline{R}_A$= 5%, 10% y 15%.

TABLA 3

| $\omega$ | $1+r=1{,}05$  $\sigma=0{,}25$ | | $R_A$ | $\overline{R}_A$=0,05 | $\overline{R}_A$=0,10 | $\overline{R}_A$=0,15 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\alpha$ | 1-$\alpha$ | | prob $R_{A+V} \geq r$ | prob $R_{A+V} \geq r$ | prob $R_{A+V} \geq r$ |
| 0,25 | 1 | 0 | 0,05 | 0,5 | 0,579259687 | 0,655421697 |
| 0,3 | 1 | 0 | 0,05 | 0,5 | 0,579259687 | 0,655421697 |
| 0,4 | 0,999998 | 2E-06 | 0,0500021 | 0,499996649 | 0,579256402 | 0,655418603 |
| 0,5 | 0,999927 | 7,3E-05 | 0,050076656 | 0,499877675 | 0,579139781 | 0,65530877 |
| 0,6 | 0,99917 | 0,00083 | 0,050872224 | 0,498608126 | 0,577894909 | 0,654135945 |
| 0,7 | 0,995329 | 0,004671 | 0,054927567 | 0,492137211 | 0,571537436 | 0,64813477 |
| 0,75 | 0,990644 | 0,009356 | 0,05991658 | 0,484179516 | 0,563690896 | 0,640701134 |
| 0,8 | 0,982666 | 0,017334 | 0,068521756 | 0,470470501 | 0,550099634 | 0,627754836 |
| 0,9 | 0,948706 | 0,051294 | 0,106770696 | 0,410179726 | 0,489196803 | 0,56864175 |
| 1 | 0,850276 | 0,149724 | 0,234893141 | 0,229779624 | 0,294745895 | 0,367089285 |
| 1,05 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 0 |

Observaciones:

Como vemos en la tabla 3, para garantizar el cien por cien de la inversión inicial se emplea el ochenta y cinco por ciento del presupuesto en la adquisición de la cartera de acciones. Este dato concuerda con los porcentajes que habitualmente ofrecen los fondos de inversión garantizados, por tanto podemos afirmar que la estrategia de *portfolio insurance* es aplicable en mercados financieros de características similares a las anteriormente simuladas.

La estrategia de *portfolio insurance* permite asegurar de manera cómoda hasta el cien por cien de la inversión inicial teniendo un límite en el valor de $\omega = 1+r$. Vemos en la tabla 3 que para poder garantizar la rentabilidad del título libre de riesgo se debe invertir en la opción de venta el total del capital, lo que implica no poder adquirir cartera de opciones.

Esta estrategia es muy adecuada para inversores altamente aversos al riesgo, puesto que asegura que no se pierde el capital invertido y, además, ofrece probabilidades razonables de superar la rentabilidad del título libre de riesgo. En la tabla 3 se observan las probabilidades de superar la rentabilidad del título libre de riesgo en tres escenarios distintos: para un mercado bajista, un mercado medio y un mercado alcista. Podemos ver como la probabilidad de obtener una rentabilidad superior a la del título libre de riesgo, garantizando el cien por cien del capital, no supera el treinta y siete por ciento de probabilidades en el escenario más optimista y para escenarios con rentabilidades medias inferiores llega a ser del veintitrés por ciento, es decir, para mercados bajistas en el setenta y siete por ciento de los casos no se supera la rentabilidad del título libre de riesgo, mientras para mercados medios o alcistas esta probabilidad es de un setenta por ciento y de un sesenta y cuatro por ciento respectivamente.

## 3. Riesgo y *portfolio insurance*

Seguidamente analizamos esta estrategia como base para la determinación de una medida de riesgo que permita una mejor comprensión de las condiciones que se obtienen en carteras dirigidas a partícipes con una alta aversión al riesgo.

El camino a seguir es el siguiente: Partiendo de que una cartera asegurada mediante la estrategia de *porfolio insurance* consigue eliminar las observaciones por debajo del límite inferior tolerado y las transforma en observaciones con un valor igual a este límite, y que el *downside risk* se define como el riesgo aportado por el tramo inferior de la distribución de probabilidades, es decir, las observaciones situadas por debajo del límite tolerado, entonces en este trabajo proponemos una medida de *downside risk* alternativa a la *downside deviation.*

### 3.1 Comportamiento de la cartera asegurada.

Llamaremos cartera asegurada a la cartera formada por la cartera de acciones y la opción de venta que la asegura.

Siguiendo el supuesto habitual, supondremos que la rentabilidad de cada uno de los títulos que forman la cartera sigue un proceso estocástico de Ito. Por tanto, su rentabilidad continua sigue una distribución normal y su valor una distribución logarítmiconormal. La suma de la unidad con la rentabilidad expresada en tiempo discreto sigue también una distribución logarítmiconormal.

La cartera cumple estas propiedades con un grado razonable de aproximación, aunque, estrictamente, no sigue un proceso de Ito[4].

Al estudiar el comportamiento de los dos componentes por separado, vemos que el valor de la cartera $A$ al vencimiento se puede aproximar a una variable aleatoria logarítmiconomal con valor medio $\overline{A}$ y desviación típica $\sigma_A$ . Cabe destacar que la variable aleatoria $\widetilde{A}$ no tomará un valor inferior a cero debido a la existencia de la

[4] Véase Hull (2003 )capítulo 11, páginas 216-229.

responsabilidad limitada de los accionistas que limita las pérdidas a las aportaciones efectuadas.

El valor de la opción de venta $V$ al vencimiento está ligado al de la variable aleatoria $\widetilde{A}$: si ésta toma valores superiores al límite inferior tolerado $[A_0 + V_0]\cdot\omega$, la opción de venta tiene valor nulo, en cambio, para valores inferiores a $[A_0 + V_0]\cdot\omega$, con el fin de obtener un valor de la cartera conjunta igual al limite inferior tolerado, $V$ es igual a la diferencia entre el límite inferior y el valor de $\widetilde{A}$. Vemos que $\widetilde{V}$ no toma valores superiores a $[A_0 + V_0]\cdot\omega$, ya que por la limitación de responsabilidad de los accionistas $\widetilde{A}$ no puede ser menor que cero.

La variable aleatoria $\widetilde{V}$ depende de $\widetilde{A}$ y se comporta de la siguiente forma en función del valor de la acción:

$$\widetilde{V} = Max\left[0, [A_0 + V_0]\cdot\omega - \widetilde{A}\right] \qquad (18)$$

Por tanto, la variable aleatoria $\widetilde{A} + \widetilde{V}$ es la suma de las variables aleatorias $\widetilde{A}$ y $\widetilde{V}$ y se comporta de la siguiente manera:

$$\widetilde{A} + \widetilde{V} = \widetilde{A} + Max\left[0, [A_0 + V_0]\cdot\omega - \widetilde{A}\right] \qquad (19)$$

En los siguientes gráficos observamos: en primer lugar, una representación del valor de $A$; en segundo lugar, la evolución de la opción de venta $V$ en función del activo subyacente $A$, y, por último, la representación de la cartera conjunta $A+V$ con respecto a los distintos valores que pueda tomar $A$.

GRÁFICO 1.

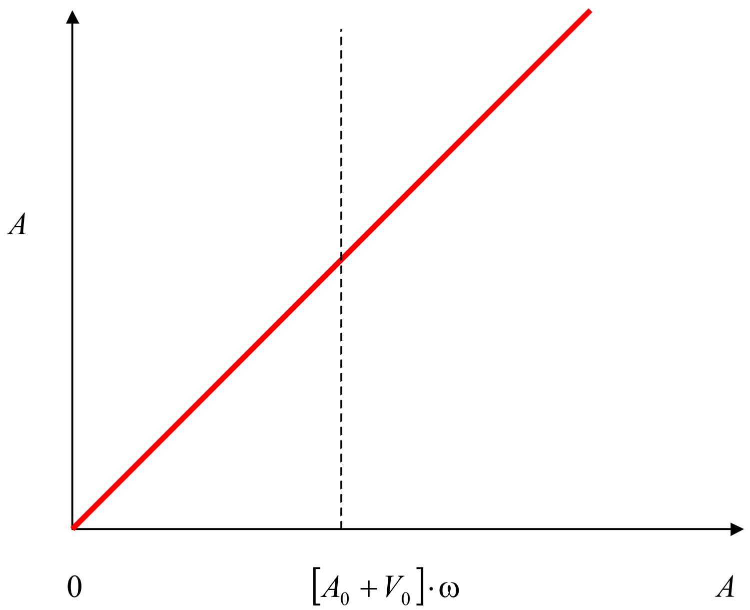



GRÁFICO 2.

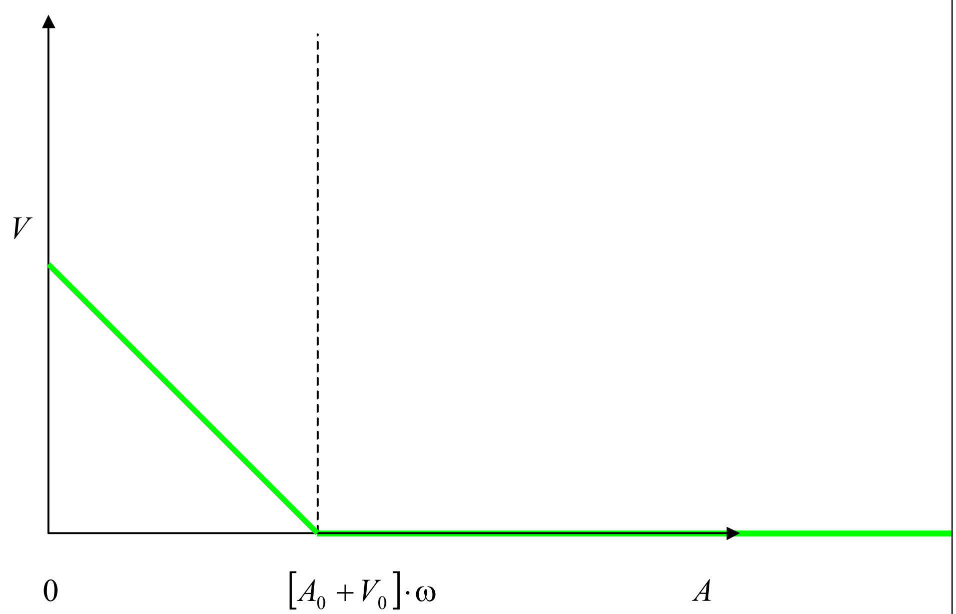
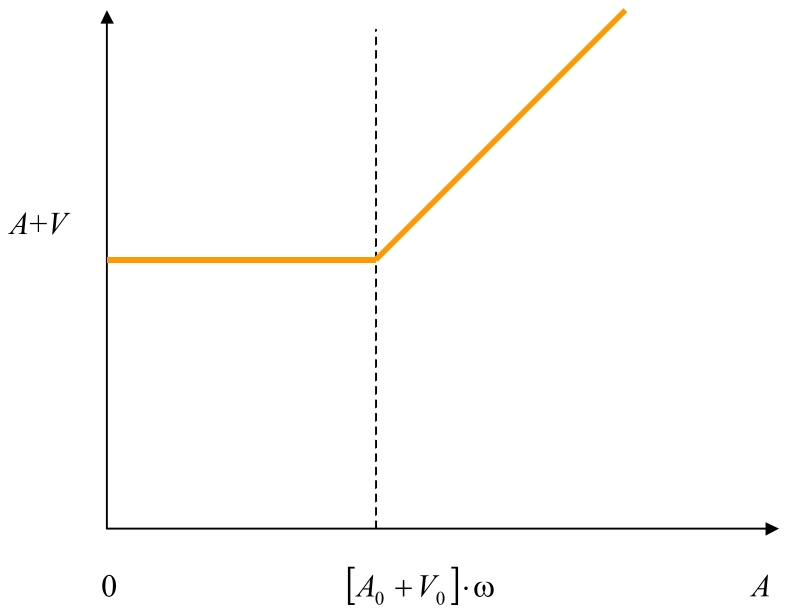


GRÁFICO 3 .




Si partimos de la base que la distribución de probabilidades para la variable aleatoria $\tilde{A}$ es una distribución logarítmiconormal, entonces la distribución de la variable aleatoria $\tilde{V}$ es una distribución que tiene una línea de densidad en el cero para todas aquellas observaciones en que la variable $\tilde{A}$ supera el mínimo tolerado, y la cola de una distribución logarítmiconormal para las observaciones de $\tilde{V}$ en que $\tilde{A}$ está por debajo de $[A_0 + V_0]\cdot\omega$ .

La distribución de probabilidades para la variable aleatoria $\tilde{A}+\tilde{V}$ tendrá una configuración de logarítmiconormal truncada en el mínimo tolerado, con una línea de densidad en el punto $[A_0 + V_0]\cdot\omega$ para aquellas observaciones en que los valores de $\tilde{V}$ sean positivos.

## 3.2. El u*pside risk*

Hasta el momento, para medir el riesgo de un título o de una cartera se ha tomado la desviación típica de su rentabilidad. Esta medida de riesgo no parece ser la más adecuada en el caso de una cartera asegurada, teniendo en cuenta que una parte del riesgo se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*.

En este trabajo se propone tomar como medida de riesgo de una cartera asegurada aquella parte del riesgo total que no ha sido eliminada por la estrategia de *portfolio insurance.*

Teniendo en cuenta que la varianza denota la suma de los cuadrados de los residuos multiplicados por la probabilidad de cada observación, se ha dividido el residuo en la parte que se consigue eliminar aplicando *portfolio insurance* y en aquella otra parte que no sería eliminada, de manera que la varianza de $\widetilde{A}$ se puede definir de la siguiente forma:

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{T}\left[\ \gamma^- \sum_{t=1}^{T}((A_t - A_{MT}) + (A_{MT} - \overline{A}))^2\ \right] + \left[\ \gamma^+ \sum (A_t - \overline{A})^2\ \right] \qquad (20)$$

donde $\frac{1}{T}$ es la inversa del número de observaciones[5], $\gamma^-$ es una variable binaria que toma valor igual a la unidad para valores de $\widetilde{A}$ inferiores al límite inferior tolerado y toma valor cero cuando $\widetilde{A}$ supera este límite. $\gamma^+$ es otra variable binaria que actúa de forma complementaria: para valores de $\widetilde{A}$ superiores al límite es igual a uno y toma valor nulo en el caso en que la variable esté por debajo de este mínimo tolerado. $A_t$ es cada una de las observaciones de la variable, $\overline{A}$ es la esperanza de $\widetilde{A}$ y $A_{MT} = [A_0 + V_0]\cdot\omega$ es el valor de $\widetilde{A}$ mínimo tolerado .

A partir de la varianza podemos constatar como parte del riesgo de $\widetilde{A}$ queda eliminado por la estrategia de *portfolio insurance* mientras otra parte pervive. Denominamos a la parte de la volatilidad que no se elimina *upside risk* o riesgo del tramo superior, que se puede definir de la siguiente forma:

$$\sigma_{Au}^2 = \frac{1}{T}\left[\ \gamma^- \sum_{t=1}^{T}(A_{MT} - \overline{A})^2\ \right] + \left[\ \gamma^+ \sum_{t=1}^{T}(A_t - \overline{A})^2\ \right] \qquad (21)$$

[5] Se asigna igual probabilidad a cada una de las observaciones.

La diferencia entre el riesgo total definido por la varianza de $\tilde{A}$ y el *upside risk* es la parte del riesgo total que se elimina con la estrategia de *portfolio insurance* y, por tanto, una medida de *downside risk.*

Si calculamos la diferencia entre la varianza de $\tilde{A}$ y el *upside risk* obtenemos la siguiente expresión:

$$\sigma_{Ad}^{2} = \sigma^{2} - \sigma_{Au}^{2} = \frac{1}{T}\left[\gamma^{-}\sum_{t=1}^{T} \left[\ A_t - A_{MT}\ \right]^2 + 2\cdot(A_t - A_{MT})\cdot(A_{MT} - \overline{A})\right] \quad (22)$$

### 3.3.3. Rentabilidad de la cartera asegurada y *upside risk*

Hasta este momento se ha definido el *upside risk* o riesgo del tramo superior, tomando como variables de estudio el valor de la cartera de acciones $\tilde{A}$, el valor de la opción de venta $\tilde{V}$ sobre la cartera y el valor de la cartera asegurada $\tilde{A} + \tilde{V}$.

Con el fin de poder dotar de capacidad explicativa a la medida de *upside risk* definida anteriormente se procede a plantearla partiendo de variables aleatorias de rentabilidad , es decir, la rentabilidad de la cartera $\tilde{R}_A$, la rentabilidad de la opción de venta $\tilde{R}_V$ y la rentabilidad de la cartera asegurada $\tilde{R}_{AV}$.

Podemos definir la rentabilidad de la cartera *A* partiendo de la variable aleatoria $\tilde{A}$ y el valor de la cartera en el momento inicial $A_0$ con la siguiente expresión:

$$\tilde{R}_A = \frac{\tilde{A} - A_0}{A_0} \quad (23)$$

La rentabilidad de la opción de venta *V* sobre la cartera *A* se define partiendo de la variable aleatoria $\tilde{V}$ y el valor inicial de la opción $V_0$ como:

$$\tilde{R}_V = \frac{\tilde{V} - V_0}{V_0} \quad (24)$$

Del mismo modo obtenemos la rentabilidad de la cartera asegurada utilizando la variable aleatoria $\tilde{A} + \tilde{V}$ y el valor inicial de la cartera asegurada:

$$\widetilde{R}_{AV} = \frac{\left[\widetilde{A} + \widetilde{V}\right] - \left[A_0 + V_0\right]}{\left[A_0 + V_0\right]} \qquad (25)$$

La variable $\widetilde{R}_A$ es una variable continua que puede tomar valores entre menos uno, por la limitación de responsabilidad de los accionistas, y más infinito.

La rentabilidad de la opción de venta $\widetilde{R}_v$, definida en (24), se comporta de la siguiente forma en función de los valores que toma la cartera $A$ al vencimiento:

$$\widetilde{R}_v = \frac{Max\left[0, \omega \cdot \left(A_0 + V_0\right) - \widetilde{A}\right] - V_0}{V_0} \qquad (26)$$

La rentabilidad de la cartera asegurada $\widetilde{R}_{AV}$, definida en (25), se comporta de la siguiente manera para los distintos valores de la cartera:

$$\widetilde{R}_{AV} = \frac{\widetilde{A} + Max\left[0, \omega\left(A_0 + V_0\right) - \widetilde{A}\right] - \left(A_0 + V_0\right)}{\left(A_0 + V_0\right)} \qquad (27)$$

Esta expresión se puede desglosar de la siguiente forma:

$$\widetilde{R}_{AV} = \frac{\widetilde{A} - \left(A_0 + V_0\right)}{\left(A_0 + V_0\right)} + \frac{Max\left[0, \omega \cdot \left(A_0 + V_0\right) - \widetilde{A}\right]}{\left(A_0 + V_0\right)} \qquad (28)$$

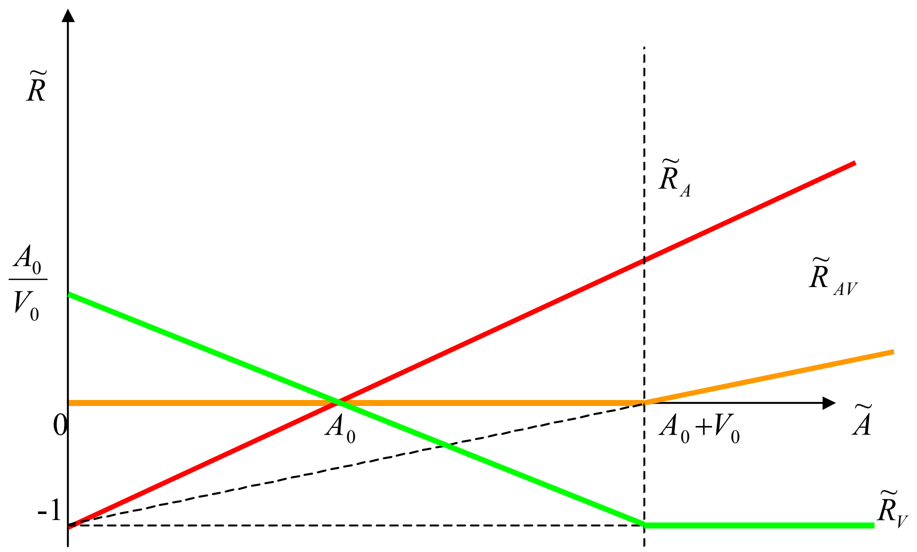
A partir de este desglose podemos dividir la rentabilidad de la cartera asegurada en dos componentes: el factor de rentabilidad con prima de seguro que corresponde al primer sumando de la expresión (28) y el factor de seguro que corresponde al segundo.

El factor de rentabilidad con prima de seguro se puede definir como la rentabilidad de una cartera de acciones $A$ con un coste de adquisición igual al de la cartera asegurada $AV$, Esta variable aleatoria coincide, de hecho, con la rentabilidad de la cartera asegurada para valores de la cartera de acciones superiores al mínimo tolerado, ya que para este rango de valor la opción de venta no se ejerce.

El factor de seguro expresa el efecto del seguro sobre la rentabilidad de la cartera asegurada y sólo toma valores distintos de cero en los casos en que el valor de la cartera de acciones sea inferior al mínimo tolerado.

En el gráfico 4 vemos el comportamiento de las variables con respecto al valor de la acción $A$ para un valor de $\omega$ igual a la unidad, lo que implica que se quieren limitar las pérdidas a cero.

GRÁFICO 4.




La distribución de probabilidad de la variable aleatoria $1+\tilde{R}_A$ es una logarítmiconormal con esperanza $1+\bar{R}_A$ y desviación típica $\sigma_{1+RA}$.

La variable aleatoria $\tilde{R}_V$ tiene una distribución de probabilidades compuesta por una línea de densidad en el valor $-1$ y una distribución logarítmiconormal truncada, con la siguiente expresión, para el resto de observaciones:

$$\tilde{R}_{V*} = \frac{\left[\left[(A_0 + V_0)\cdot\omega\right] - \tilde{A}\right] - V_0}{V_0} \qquad (29)$$

Para $\widetilde{R}_{AV}$ la distribución de probabilidades consta de una línea de densidad en el valor ω-1 y un segmento de la variable aleatoria normal que se define a continuación:

$$\widetilde{R}_{AV*} = \frac{\widetilde{A} - [A_0 + V_0]}{[A_0 + V_0]} \qquad (30)$$

Esta variable es el primer componente de la variable aleatoria $\widetilde{R}_{AV}$ (ecuación 28), al que hemos llamado factor de rentabilidad con coste de seguro. De hecho coincide con la variable $\widetilde{R}_{AV}$ para valores de $\widetilde{A}$ superiores al límite inferior tolerado, ya que para este tramo la opción de venta no se ejerce y, por tanto, tiene valor nulo.

Es a partir de la varianza de $\widetilde{R}_{AV*}$ que se construye una medida de *upside risk* que hace referencia a la parte del riesgo total que no se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*. Con el fin de definir esta medida de *upside risk* se parte del mismo enfoque utilizado anteriormente, aplicado en este caso a la variable aleatoria $\widetilde{R}_{AV*}$. La expresión de la varianza de la variable $\widetilde{R}_{AV*}$ es:

$$\sigma^2_{AV*} = \frac{1}{T}\left[ \left[\ \gamma^- \sum_{t=1}^{T} \left( \left( R_{AV*_t} - R_{MT} \right) + \left( R_{MT} - \overline{R}_{AV*} \right) \right)^2 \ \right] + \left[\ \gamma^+ \sum_{t=1}^{T} \left( R_{AV*_t} - \overline{R}_{AV*} \right)^2 \ \right] \right] \qquad (31)$$

Por tanto, el *upside risk* de la cartera asegurada, o la parte del riesgo total que no se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*, se describe de la siguiente forma:

$$\sigma^2_{AV*u} = \frac{1}{T}\left[ \left[\ \gamma^- \sum_{t=1}^{T} \left( R_{MT} - \overline{R}_{AV*} \right)^2 \ \right] + \left[\ \gamma^+ \sum_{t=1}^{T} \left( R_{AV*_t} - \overline{R}_{AV*} \right)^2 \ \right] \right] \qquad (32)$$

### 3.4. *Portfolio insurance* y *downside risk*

Partiendo del anterior planteamiento, podemos definir el *downside risk* como la parte del riesgo total que se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*.

Dado que la parte del riesgo total que se elimina con la estrategia de *portfolio insurance* es el *upside risk*, el *downside risk* se expresa mediante la diferencia entre el riesgo total, definido por la varianza de la variable aleatoria de rentabilidad $\widetilde{R}_{AV*}$ (ecuación 30), y el upside risk (ecuación 31):

$$\sigma^2_{AV*d} = \frac{1}{T}\left[\gamma^- \sum_{t=1}^{T} (R_{AV*_t} - R_{MT})^2 + 2(R_{AV*_t} - R_{MT}) \cdot (R_{MT} - \overline{R}_{AV*})\right] \tag{33}$$

Con el fin de homogeneizar, se transforma la *downside deviation* en una medida similar a la varianza elevándola al cuadrado y se aplica a $\widetilde{R}_{AV*}$, obteniendo la siguiente expresión:

$$\delta^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\gamma^-\left(R_{AV*_t} - R_{MT}\right)^2 \tag{34}$$

La expresión (33) se puede desglosar de la siguiente forma:

$$\sigma^2_{AV*d} = \frac{1}{T}\left[\gamma^- \sum_{t=1}^{T} (R_{AV*_t} - R_{MT})^2\right] + \frac{1}{T}\left[\gamma^- \sum_{t=1}^{T} 2 \cdot \left(R_{AV*_t} - R_{MT}\right) \cdot \left(R_{MT} - \overline{R}_{AV*}\right)\right] \tag{35}$$

La *downside deviation* permite explicar, sólo parcialmente, el riesgo que se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*; la parte restante viene dada por el segundo término de la siguiente expresión:

$$\sigma^2_{AV*d} = \delta^2 + \frac{1}{T}\left[\gamma^- \sum_{t=1}^{T} 2 \cdot \left(R_{AV*_t} - R_{MT}\right) \cdot \left(R_{MT} - \overline{R}_{AV*}\right)\right] \tag{36}$$

Vemos que, desde el planteamiento hecho en este trabajo, la *downside deviation* resulta incompleta como medida de *downside risk*, ya que sólo permite explicar una parte del riesgo eliminado por la estrategia de *portfolio insurance*.

## 4. *Portfolio insurance* y cartera de mercado

La cartera de mercado es uno de los principales resultados del modelo de valoración de activos C.A.P.M., que la define como la única cartera de títulos con riesgo que será adquirida por los inversores, ya que es la única cartera eficiente de todas las carteras de títulos con riesgo existentes en el mercado. La variable *proxy* de la cartera de mercado en los mercados financieros son los índices bursátiles.

Un inversor que adquiere la cartera de mercado obtiene la rentabilidad media del mercado, tanto si éste es alcista como si es bajista. Esta situación puede llevar al inversor a querer limitar las perdidas potenciales, lo que puede conseguir aplicando la estrategia de *portfolio insurance*.

La estrategia consiste en adquirir la cartera de mercado M y a su vez una opción de venta sobre esta cartera a un precio de ejercicio igual al valor mínimo tolerado para su inversión:

$$K = (M_0 + V_{M0}) \cdot \omega \qquad (37)$$

donde $K$ es el precio de ejercicio de la opción de venta sobre la cartera $M$ , $M_0$ es el valor de la cartera de mercado en el momento inicial, $V_{M0}$ es el valor de la opción de venta sobre la cartera $M$ en el momento inicial y $\omega$ es el porcentaje mínimo sobre la inversión inicial que estamos dispuestos a obtener como resultado.

Como hemos visto anteriormente, la valoración de la opción de venta, aún no teniendo solución analítica, sí la tiene numérica, y, por tanto, se puede obtener el valor de la opción para cada caso que se plantee.

Del mismo modo que en el caso de un título asegurado, una cartera M asegurada experimenta con respecto a la cartera no asegurada una reducción del riesgo a cambio de un incremento de los costes, lo cual reduce la rentabilidad.

El riesgo total de la cartera se ve reducido por el hecho de aplicar la estrategia de *portfolio insurance* lo que permite calcular qué parte del riesgo total se elimina con esta estrategia *(downside risk)* y ,por tanto, qué parte permanece como riesgo de la cartera asegurada *(upside risk).*

Definimos el *upside risk* de la cartera M asegurada como aquella parte del riesgo total de la cartera M que no se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*.

La rentabilidad de la cartera M asegurada se puede expresar de la siguiente forma:

$$\tilde{R}_{MV} = \frac{\tilde{M} - [M_0 + V_{M0}]}{[M_0 + V_{M0}]} + \frac{Max[0, \omega \cdot [M_0 + V_{M0}] - \tilde{M}]}{[M_0 + V_{M0}]} \tag{38}$$

Tomando el primer término de la ecuación (3.38) obtenemos la siguiente expresión:

$$\tilde{R}_{MV*} = \frac{\tilde{M} - [M_0 + V_{M0}]}{[M_0 + V_{M0}]} \tag{39}$$

Esta variable explica la rentabilidad de la cartera M, con un coste de adquisición igual al coste de la cartera M asegurada, es decir $M_0 + V_{M0}$. Vemos que esta variable coincide con la variable aleatoria rentabilidad de la cartera asegurada $\tilde{R}_{MV}$ para aquellas observaciones situadas por encima de el límite inferior tolerado, ya que para este tramo el valor de la opción de venta es nulo.

Definimos la varianza de la variable $\tilde{R}_{MV*}$ como:

$$\sigma^2_{MV*} = \frac{1}{T}\left[\left[\,\gamma^- \sum_{t=1}^{T} \left((R_{MV*t} - R_{MT}) + (R_{MT} - \overline{R}_{MV*})\right)^2 \,\right] + \left[\,\gamma^+ \sum_{t=1}^{T} \left(R_{MV*t} - \overline{R}_{MV*}\right)^2 \,\right]\right] \tag{40}$$

Por tanto, el *upside risk* de la cartera M asegurada o la parte del riesgo total que no se elimina con la estrategia de *portfolio insurance* se describe de la siguiente forma:

$$\sigma^2_{MV*u} = \frac{1}{T}\left[\left[\,\gamma^- \sum_{t=1}^{T} (R_{MT} - \overline{R}_{MV*})^2 \,\right] + \left[\,\gamma^+ \sum_{t=1}^{T} (R_{MV*t} - \overline{R}_{MV*})^2 \,\right]\right] \tag{41}$$

De manera que el *downside risk,* definido como la parte del riesgo total que se elimina con la estrategia de *portfolio insurance*, se expresa con la siguiente ecuación:

$$\sigma^2_{MV*d} = \frac{1}{T}\left[\gamma^- \sum_{t=1}^{T} (R_{MV*t} - R_{MT})^2 + 2(R_{MV*t} - R_{MT}) \cdot (R_{MT} - \overline{R}_{MV*})\right] \qquad (42)$$

## 4.1. Rentabilidad y riesgo de la cartera de mercado asegurada

Partiendo del enfoque anterior, planteamos como medidas relevantes de rentabilidad y riesgo de la cartera M asegurada los siguientes estadísticos:

Puesto que la distribución de probabilidades de $\widetilde{R}_{MV}$ es asimétrica, la rentabilidad esperada de la cartera M asegurada no coincide con la media de rentabilidad de la cartera M asegurada. Es por esta razón que se propone utilizar como medida de rentabilidad de la cartera de mercado asegurada, la media de la variable aleatoria de rentabilidad $\widetilde{R}_{MV*}$, que denominamos $\overline{R}_{MV*}$.

$$\overline{R}_{MV*} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^{T} \frac{M_t - [M_0 + V_{M0}]}{[M_0 + V_{M0}]} \qquad (43)$$

donde T es el número de observaciones, $M_t$ denota el valor de la cartera *M* para cada una de las observaciones y $[M_0 + V_{M0}]$ es el valor inicial de la cartera asegurada.

Es evidente que la anterior propuesta debe ser observada dentro de unos límites lógicos, es decir, la rentabilidad mínima tolerada $R_{MT}$ no puede superar el valor de $\overline{R}_{MV*}$.

Como se ha planteado anteriormente, la medida que define el riesgo asumido por la cartera M asegurada es el *upside risk* o $\sigma^2_{MV*u}$.

$$\sigma^2_{MV*u} = \frac{1}{T}\left[\left[\gamma^- \sum_{t=1}^{T} (R_{MT} - \overline{R}_{MV*})^2\right] + \left[\gamma^+ \sum_{t=1}^{T} (R_{MV*t} - \overline{R}_{MV*})^2\right]\right] \qquad (44)$$

## 5. La cartera de mercado asegurada como cartera de referencia teórica

Partiendo de la base que adquirir la cartera de mercado asegurada es la estrategia a escoger para cualquier inversor que pretenda limitar sus pérdidas a un mínimo determinado, o dicho de otro modo, que pretenda asegurar una rentabilidad mínima, la cartera M asegurada se perfila como un *benchmark* teórico o una cartera de referencia teórica muy apta a la hora de evaluar carteras que pretendan garantizar una rentabilidad mínima, como es el caso de los fondos de inversión garantizados.

Con el fin de diseñar un índice de *performance* que permita evaluar los resultados de los fondos de inversión garantizados, se parte del mismo enfoque utilizado por Bou (1999).

Se trata de poder determinar qué parte de la rentabilidad obtenida por un determinado fondo se puede explicar por la buena o mala gestión.

Para este fin se determina la rentabilidad que cualquier inversor puede obtener en el mercado bajo la condición de asegurar una rentabilidad mínima, y se compara con la rentabilidad obtenida por el fondo a evaluar. La diferencia entre estas dos magnitudes es la rentabilidad atribuible a la gestión.

Proponemos la cartera de mercado asegurada como estrategia para un inversor cualquiera que pretenda cumplir las condiciones anteriormente mencionadas. De este modo se puede definir la rentabilidad a obtener por un inversor cualquiera como:

$$\overline{R}_p = r + \frac{\left(\overline{R}_{MV*} - r\right)}{\sigma_{MV*u}}\sigma_p \qquad (45)$$

donde *r* es la rentabilidad del activo libre de riesgo, $\overline{R}_{MV*}$ es la rentabilidad media de la cartera M asegurada para un determinado ω y $\sigma_{MV*u}$ es el riesgo de la cartera M asegurada o *upside risk*.

De este modo la rentabilidad proveniente de la gestión para un fondo garantizado se define de la siguiente forma:

$$B_A = R'_p - \overline{R}_p = R'_p - \left[ r + \frac{\left(\overline{R}_{MV*} - r\right)}{\sigma_{MV*u}} \sigma_p \right] \qquad (46)$$

Este índice de *performance* nos permite evaluar la bondad de la gestión de un fondo de inversión garantizado, ya que descuenta de la rentabilidad efectiva obtenida por el fondo aquella rentabilidad que cualquier inversor puede obtener en el mercado adquiriendo la cartera M asegurada.

Por tanto, valores positivos de la medida de *performance* $B_A$ denotan unos buenos resultados por gestión, mientras valores de $B_A$ negativos implican que el gestor se sitúa por debajo de los resultados del mercado.

## 6. Conclusiones

Este trabajo tiene como objetivo principal la determinación de un índice que permita una mejor evaluación de los resultados de los fondos de inversión garantizados. Las medidas de *performance* clásicas resultan poco adecuadas para la evaluación de los fondos garantizados debido a las características de riesgo específicas de este tipo de fondos de inversión. Es por este motivo que el trabajo estudia, en primer lugar, las características de riesgo de las carteras con seguro de pérdidas por medio de la estrategia de gestión de carteras llamada *portfolio insurance* o de protección de carteras, obteniendo con este estudio dos resultados.

En primer lugar, se ponen de relevancia las limitaciones de las medidas clásicas de *downside risk* basadas en el concepto de semi-varianza, como la *downside deviation,* para evaluar la totalidad del riesgo eliminado por la estrategia de *portfolio insurance*. El hecho de tomar como riesgo de una cartera asegurada aquella parte del riesgo total que no se elimina por medio de la estrategia de *portfolio insurance* enriquece el concepto de *downside risk* y, por tanto, provoca una pérdida de poder explicativo por parte de la semi-varianza llamada *downside deviation* que hace necesaria la definición de una nueva medida de *downside risk.*

En segundo lugar, al definir el *downside risk* como aquella parte del riesgo eliminado por la estrategia de *portfolio insurance* aparece, por contraposición, aquella parte del riesgo de una cartera que no desaparece con la protección de carteras, dando lugar a una medida de *upside risk* que a su vez se perfila como la medida de riesgo adecuada para carteras aseguradas.

El planteamiento seguido para la creación de un índice de *performance* parte de la comparación de los resultados obtenidos por la cartera a evaluar con un referente teórico. Para este fin se ha tomado el modelo de valoración de activos *Capital Asset Pricing Model* y se ha aplicado la estrategia de *porfolio insurance* a la cartera de mercado *M* obteniendo así una cartera de mercado *M* asegurada que actúa como *benchmark* teórico.

Partiendo de esta cartera de referencia o *benchmark* y aplicando el enfoque seguido por Jensen (1968) y Bou (1999), se obtiene una medida de *performance* que consigue dos objetivos: por un lado, al partir de una medida de riesgo adecuada a carteras con seguro de pérdidas permite evaluar correctamente los resultados de los fondos de inversión garantizados y, por otro lado, nos permite distinguir entre aquella parte de la rentabilidad de un fondo de inversión que cualquier inversor puede obtener y aquella parte de la rentabilidad que es debida a la pericia del gestor.

## 7. Bibliografía


ALIPRANTIS,C.D., BROWN, D.J. y WERNER, J.(2000): "Minimum cost portfolio insurance", *Journal of Economic, Dynamics & Control*, 24 (2000), 1703-1719.

ARNOTT, Robert D. y FABOZZI, Frank J. (1996): *Active Asset Allocation* (edición revisada) , McGraw-Hill, Nueva York.

BLACK, F. y SCHOLES, M.(1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities" *Journal of Political Economy,* 81 (May/June 1973) 637-659

BODIE, Zvi, KANE, Alex, y MARCUS, Alan J.(2001): *Investments*, 5ª edición, Mc Graw Hill- Irwin, Homewood, Illinois.

BOOKSTABER, Richard y LANGSAM, Joseph A.(1988): "Portfolio Insurance Trading Rules", *Journal of Futures Markets*, 8 (1) 15-31.

BOOKSTABER, Richard y LANGSAM, Joseph A.(2000): "Portfolio Insurance Trading Rules", *Journal of Futures Markets*, 20 (1), 41-57.

BOU, Silvia (1999): *Rentabilidad y riesgo de las carteras de los fondos de inversión: evaluación por medio de índices de performance*, Trabajo de investigación, Programa de Doctorado de Creación, Estrategia y Gestión de Empresas, Departamento de Economía de la Empresa, Universidad Autónoma de Barcelona.

CHAMORRO, José M. y PEREZ de VILLARREAL, José Mª . (1999): "Mutual fund evaluation: a portfolio insurance aproach. a heuristic application in Spain", *Insurance: Mathematics and Economics*, 27 (2000), 83-104.

CHEN, Nai-Fu, COPELAND,Thomas E.y MAYERS, David (1987): "A comparison of single and multifactor portfolio performance methodologies", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22 (4), 401-417.

CHEN, Zhiwu y KNEZ, Peter (1996):"Portfolio performance measurement: Theory and applications", *The Review of Financial Studies*, 9 (2), 511-555.

CONNOR, Gregory y KORAJCZYK , Robert (1986): "Performance measurement with the Arbitrage Pricing Theory : A new framework for analysis", *Journal of Financial Economics*, 15 (3), 373-394.

DYBVIG, Philip H. y ROSS, Stephen A. (1985 a): "The analytics of performance measurement using a security market line", *Journal of Finance*, 40 (2), 383-399.

DYBVIG, Philip H. y ROSS, Stephen A. (1985 b): "The analytics of performance measurement using a security market line", *Journal of Finance*, 40 (2), 401-416.

ELTON, Edwin J. y GRUBER, Martin J. (1995): *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis,* 5ª edición, John Wiley and Sons, Nueva York.

ELTON, Edwin J., GRUBER, Martin J. y BLAKE, Chistopher R. (1995): “Fundamental economic variables, expected returns, and bond fund performance”, *Journal of Finance*, 50 (4), 1229-1256.

FABOZZI, Frank J.(1989): *Portfolio and Investment Management*, Probus, Chicago, Illinois.

FABOZZI, Frank J.(1998): *Investments Management,* Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey.

FABOZZI, Frank J. y FRANCIS, Jack C. (1979): “Mutual fund systematic risk for bull and bear markets: An empirical investigation”, *Journal of Finance,* 34 (5), 1243-1250.

FAMA, Eugene F. (1970): “Efficient capital markets: A review of theory and empirical work”, *Journal of Finance,*25, mayo, 383-417.

FAMA, Eugene F. (1991): “Efficient capital markets: II”, *Journal of Finance*, 46 (5), 1575-1617.

FREIXAS, Xavier, MARIN, José M., MARTINEZ, Miguel A. y RUBIO, Gonzalo (1997): *La evaluación de los fondos de inversión en España*, Civitas, Madrid.

GOETZMANN, W.N. y IBBOTSON R.G. (1994) : “Do winners repeat? Patterns in mutual fund behavior”, *Journal of Portfolio Management*, 20, 9-18.

GRINBLATT, Mark y TITMAN Sheridan (1989): “Portfolio performance evaluation: Old issues and new insights”, *Review of Financial Studies*, 2, 393-421.

GRINBLATT, Mark y TITMAN Sheridan (1992): “The persistence of mutual fund performance”, *Journal of Finance*, 47,1977-1984.

HULL, John (2003): *Options, Futures and Other Derivatives*, 5th edition, Prentice-Hall, Upple Saddle River, New Jersey

JENSEN, Michael C.(1968): “The performance of mutual funds in the period 1945-1964”, *Journal of Finance*, 23 (2), 389-416.

JENSEN, Michael C. (1969): “Risk, the pricing of capital assets, and the evaluation of investment portfolios”, *Journal of Business*, 42 (2), 167-247.

JENSEN, Michael C. (1972):”Capital markets: theory and evidence”, *Bell Journal of Economics and Management Science,* otoño, 3 (2), 357-398.

KRITZMAN, Mark (1986): “How to detect skill in management performance “, *Journal of Portfolio Management*, 12 (2),16-20.

LAMOTHE, Prosper (1999): *Gestión de carteras de acciones internacionales*, Pirámide, Madrid.

LELAND, Hayne E. (1999): “Beyond mean-variance: Performance measurement in a nonsymmetrical world”, *Financial Ananlysts Journal*, 55 (1), 27-36.

LINTNER, John (1965): "The evaluation of risk assets and the selection of investments in stock porfolios and capital budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47 (1), febrero, 13-37.

MALKIEL, Burton G. y CRAGG, John G.(1970): "Expectations and the structures of share prices", *American Economic Review,* septiembre, 60 (4), 601-617.

MARKOWITZ, Harry M. (1952):"Portfolio selectión", *Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.

MARKOWITZ, Harry M. (1987): *Mean-Variance Analisys in Portfolio Choice and Capital Markets*, Basil Blackwell, Oxford.

MARKOWITZ, Harry M. (1991): *Portfolio Selection*, 2ª edición, Basil Blackwell, Oxford.

MODIGLIANI, Franco y MODIGLIANI, Leah (1997) : "Risk-adjusted performance", *Journal of Portfolio Management*, 23 (2), 45-54.

MOSSIN, Jan (1966): "Equilibrium in a capital asset market", *Econometrica*, 34 (4), octubre, 768-783.

NAWROCKI, D. (1999): "A brief history of downside risk measures", *Journal of Investig*, primavera, 9-25.

PEDERSEN, Chistian S. y SATCHELL, Stephen E. (2000): "Small sample analylis of performance measures in the asymmetric response model", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35 (3), 425 – 452.

ROLL, Richard (1978): "Ambiguity when performance is measured by the Security Market Line", *Journal of Finance*, 33 (4), 1051-1069.

ROLL, Richard (1997): "A critique of the Asset Pricing Theory's tests", *Journal of Financial Economics*, 4, 129-176.

ROLL, Richard (1980): "Performance evaluation and benchmark errors", *Journal of Portfolio Management*, 6 (4), 5-12.

ROLL, Richard (1981): "Performance evaluation and benchmark errors (II)", *Journal of Portfolio Management*, 7 (2), 17-22.

ROSS, Stephen A. (1976): "The arbitrage theory of capital asset pricing", *Journal of Economic Theory,* 13, diciembre, 341-360.

SHARPE, William F. (1964): "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk" *Journal of Finance*, 19 (3), septiembre, 425-442.

SHARPE, William F. (1966): "Mutual fund performance", *Journal of Business*, 39 (1), 119-138.

SHARPE, William F. (1975): "Adjusting for risk in performance measurement", *Journal of Portfolio Management*, 1 (2), 29-34.

SHARPE, William F. (1991):”Capital asset prices with and without negative holdings”, *Journal of Finance*, 46, 489-509.

SHARPE, William F. (1992):”Asset allocation: Management style and performance measurement”, *Journal of Portfolio Management*, 18 (2), 7-19.

SHARPE, William F. (1994):”The Sharpe Ratio”, *Journal of Portfolio Management*, 21(1),49-58.

SHARPE, William F., ALEXANDER, Gordon J. y BAILEY, Jeffery V. (1999): *Investments ,* 6ª edición Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nueva Jersey.

SHUKLA, Ravi y TRZCINKA, Charles (1992): “Performance measurement of managed portfolios”, *Financial Markets, Institutions & Instruments*, 1 (4), 1-59.

SOLNIK, Bruno (1999): *International Investments*, 4ª edición, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.

SORTINO, Frank y PRICE N. (1994): “Performance measurement in downside risk framework”, *Journal of Investing*, 3 (3), 59-64.

SORTINO, Frank y SATCHELL, Stephen (2001): *Managing Downside Risk In Financial Markets: Theory, Practice And Implementation*, Butterworth-Heinemann, Oxford.

TRENNEPOHL, Gary L. , BOOTH, James R. y TEHRANIAN, Hassan (1988): “An empirical analysis of insured portfolio strategies using listed options”, *Journal of Financial Research*, 11(1),1-12.

TREYNOR, Jack L. (1965): “How to rate management of investment funds”, *Harvard Busines Review*, 43 (1), 63-75.

TREYNOR, Jack L. y MAZUI, Kay K. (1966):”Can mutual funds outguess the market?”, *Harvard Business Review*, 44 (4), 131-136.

TREYNOR, Jack L. (1968): “Discussion of Jensen (1968)”, *Journal of Finance*, 23 (2), 418-419.

TREYNOR, Jack L. y BLACK, Fisher (1973): “How to use security analysis to improve portfolio selection”, *Journal of Business*, 46 (1), 66-86.

**Edicions / Issues:**

95/1 *Productividad del trabajo, eficiencia e hipótesis de convergencia en la industria textil-confección europea*
Jordi López Sintas

95/2 *El tamaño de la empresa y la remuneración de los máximos directivos*
Pedro Ortín Ángel

95/3 *Multiple-Sourcing and Specific Investments*
Miguel A. García-Cestona

96/1 *La estructura interna de puestos y salarios en la jerarquía empresarial*
Pedro Ortín Ángel

96/2 *Efficient Privatization Under Incomplete Contracts*
Miguel A. García-Cestona
Vicente Salas-Fumás

96/3 *Institutional Imprinting, Global Cultural Models, and Patterns of Organizational Learning: Evidence from Firms in the Middle-Range Countries*
Mauro F. Guillén (The Wharton School, University of Pennsylvania)

96/4 *The relationship between firm size and innovation activity: a double decision approach*
Ester Martínez-Ros (Universitat Autònoma de Barcelona)
José M. Labeaga (UNED & Universitat Pompeu Fabra)

96/5 *An Approach to Asset-Liability Risk Control Through Asset-Liability Securities*
Joan Montllor i Serrats
María-Antonia Tarrazón Rodón

97/1 *Protección de los administradores ante el mercado de capitales: evidencia empírica en España*
Rafael Crespí i Cladera

97/2 *Determinants of Ownership Structure: A Panel Data Approach to the Spanish Case*
Rafael Crespí i Cladera

97/3 *The Spanish Law of Suspension of Payments: An Economic Analysis From Empirical Evidence*
Esteban van Hemmen Almazor

98/1 *Board Turnover and Firm Performance in Spanish Companies*
Carles Gispert i Pellicer

98/2 *Libre competencia frente a regulación en la distribución de medicamentos: teoría y evidencia empírica para el caso español*
Eva Jansson

98/3 *Firm's Current Performance and Innovative Behavior Are the Main Determinants of Salaries in Small-Medium Enterprises*
Jordi López Sintas y Ester Martínez Ros

98/4 *On The Determinants of Export Internalization: An Empirical Comparison Between Catalan and Spanish (Non-Catalan) Exporting Firms*
Alex Rialp i Criado

98/5 *Modelo de previsión y análisis del equilibrio financiero en la empresa*
Antonio Amorós Mestres

99/1 *Avaluació dinàmica de la productivitat dels hospitals i la seva descomposició en canvi tecnològic i canvi en eficiència tècnica*
Magda Solà

99/2 *Block Transfers: Implications for the Governance of Spanish Corporations*
Rafael Crespí, and Carles Gispert

99/3 *The Asymmetry of IBEX-35 Returns With TAR Models*
M.ª Dolores Márquez, César Villazón

99/4 *Sources and Implications of Asymmetric Competition: An Empirical Study*
Pilar López Belbeze

99/5 *El aprendizaje en los acuerdos de colaboración interempresarial*
Josep Rialp i Criado

00/1 *The Cost of Ownership in the Governance of Interfirm Collaborations*
Josep Rialp i Criado, i Vicente Salas Fumás

00/2 *Reasignación de recursos y resolución de contratos en el sistema concursal español*
Stefan van Hemmen Alamazor

00/3 *A Dynamic Analysis of Intrafirm Diffusion: The ATMs*
Lucio Fuentelsaz, Jaime Gómez, Yolanda Polo

00/4 *La Elección de los Socios: Razones para Cooperar con Centros de Investigación y con Proveedores y Clientes*
Cristina Bayona, Teresa García, Emilio Huerta

00/5 *Inefficient Banks or Inefficient Assets?*
Emili Tortosa-Ausina

01/1 *Collaboration Strategies and Technological Innovation: A Contractual Perspective of the Relationship Between Firms and Technological Centers*
Alex Rialp, Josep Rialp, Lluís Santamaria

01/2 *Modelo para la Identificación de Grupos Estratégicos Basado en el Análisis Envolvente de Datos: Aplicación al Sector Bancario Español*
Diego Prior, Jordi Surroca

01/3 *Seniority-Based Pay: Is It Used As a Motivation Device?*
Alberto Bayo-Moriones

02/11 *The phenomenon of international new ventures, global start-ups, and born-globals:what do we know after a decade (1993-2002) of exhaustive scientific inquiry?*
Àlex Rialp-Criado, Josep Rialp-Criado, Gary A. Knight

03/1 *A methodology to measure shareholder value orientation and shareholder value creation aimed at providing a research basis to investigate the link between both magnitudes*
Stephan Hecking

03/2 A*ssessing the structural change of strategic mobility. Determinants under hypercompetitive environments*
José Ángel Zúñiga Vicente, José David Vicente Lorente

03/3 *Internal promotion versus external recruitment: evidence in industrial plants*
Alberto Bayo-Moriones, Pedro Ortín-Ángel

03/4 *El empresario digital como determinante del éxito de las empresas puramente digitales: un estudio empírico*
Christian Serarols, José M.ª Veciana

03/5 *La solvencia financiera del asegurador de vida y su relación con el coste de capital*
Jordi Celma Sanz

03/6 *Proceso del desarrollo exportador de las empresas industriales españolas que participan en un consorcio de exportación: un estudio de caso*
Piedad Cristina Martínez Carazo

03/7 *Utilidad de una Medida de la Eficiencia en la Generación de Ventas para la Predicción del Resultado*
María Cristina Abad Navarro

03/8 *Evaluación de fondos de inversión garantizados por medio de portfolio insurance*
Sílvia Bou Ysàs