

QUIN4 FORM4 TÉ L'UNIVERS?



Joan Porti (UAB)

DISSABTES DE LES MATEMÀTIQUES

20 d'abril de 2013

Mitologia hindú



Claudi Ptolemeu (Alexandria S. II)



Reproducció de l'Ecumene ptolemaica (1482)

Claudi Ptolemeu (Alexandria S. II)

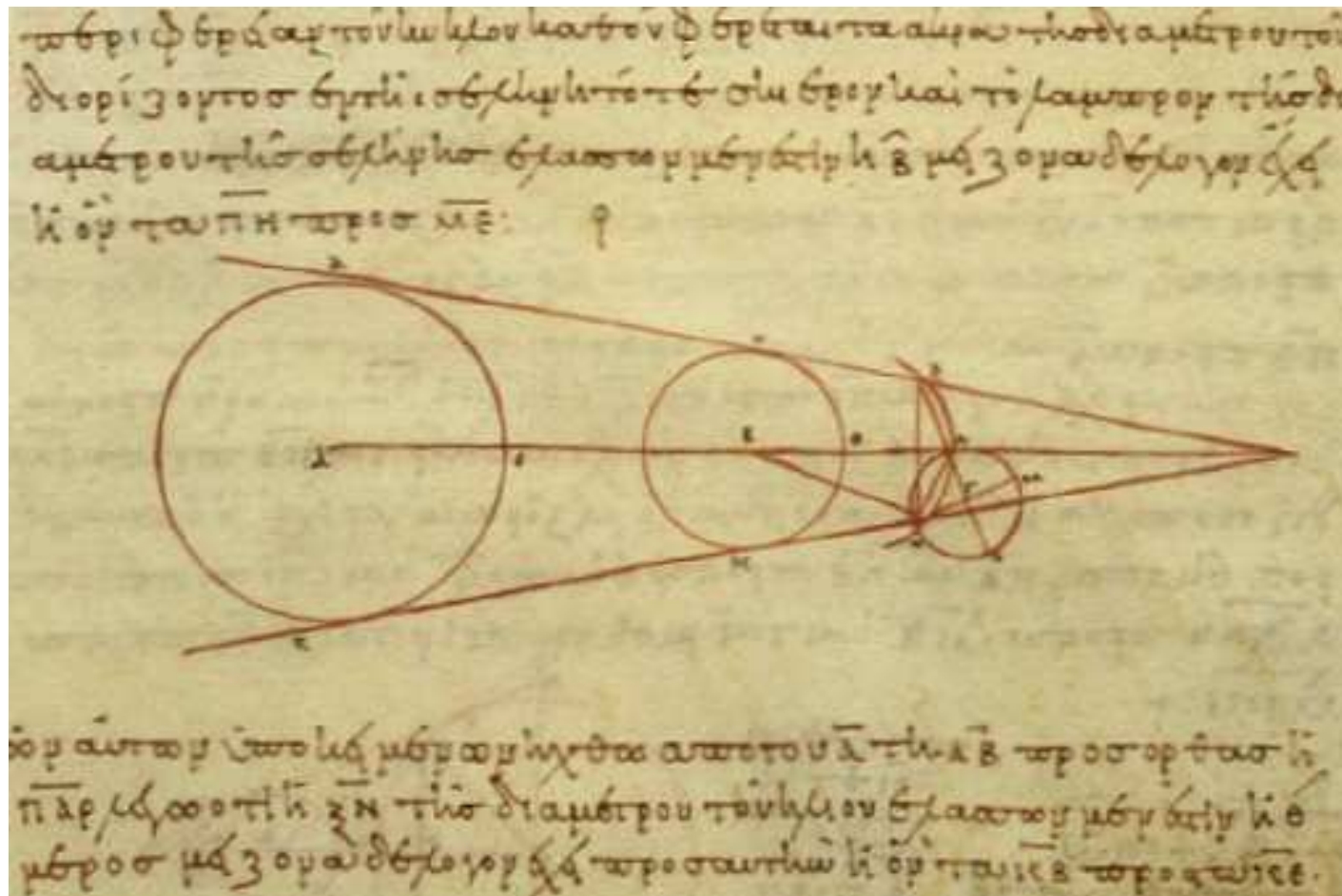
Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum.



L'*Almagest* i el sistema planetari geocèntric

Heliocentrisme

- Aristarc de Samos (S. II a.c.)



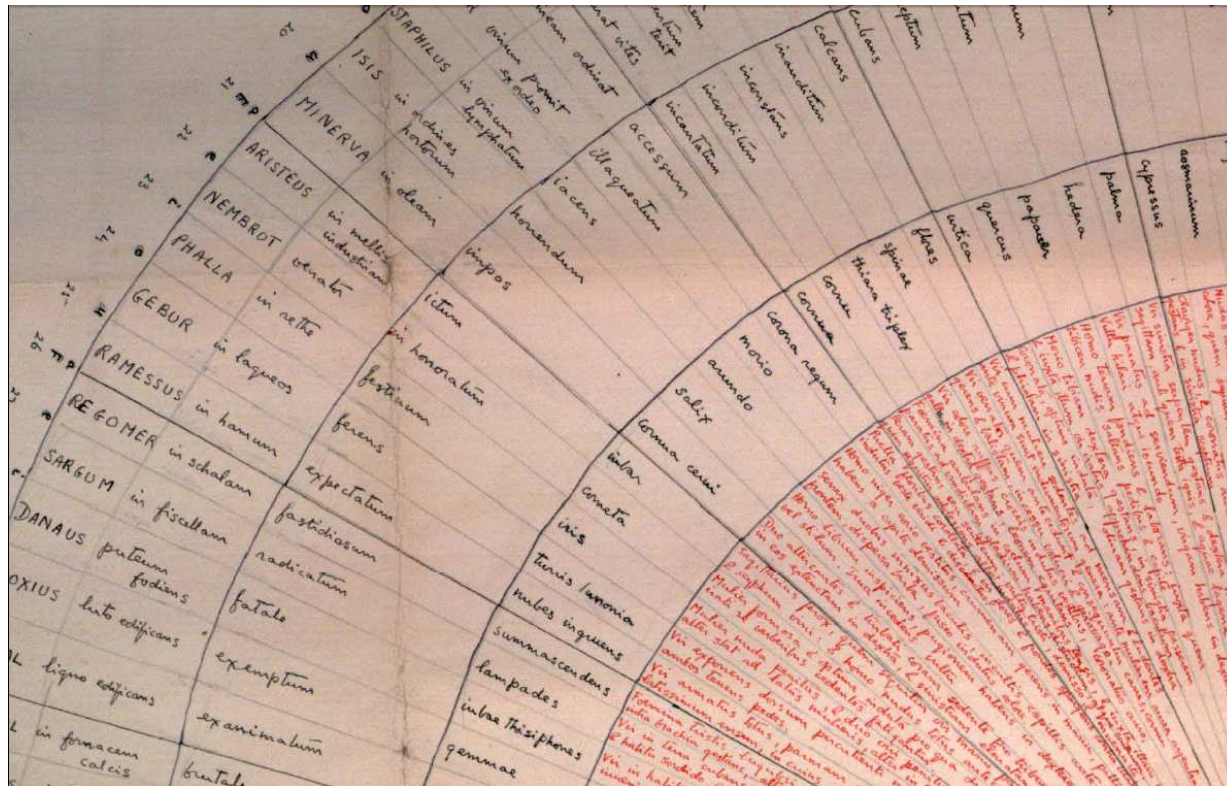
Heliocentrisme

- Aristarc de Samos (S. II a.c.)
- Nicolau Copèrnic (S. XVI): *De Revolutionibus Orbium Coelestium*



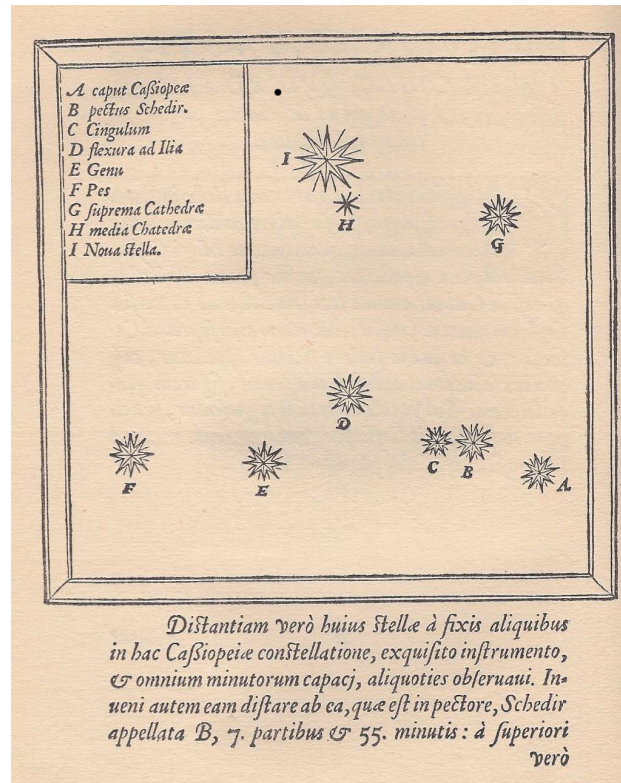
Heliocentrisme

- Aristarc de Samos (S. II a.c.)
- Nicolau Copèrnic (S. XVI): *De Revolutionibus Orbium Coelestium*
- Giordano Bruno (S. XVI): *El sol és una estrella més*



Heliocentrisme

- Aristarc de Samos (S. II a.c.)
- Nicolau Copèrnic (S. XVI): *De Revolutionibus Orbium Coelestium*
- Giordano Bruno (S. XVI): *El sol és una estrella més*
- Tycho Brahe (S. XVI): Mesures précises. Sistema mixt



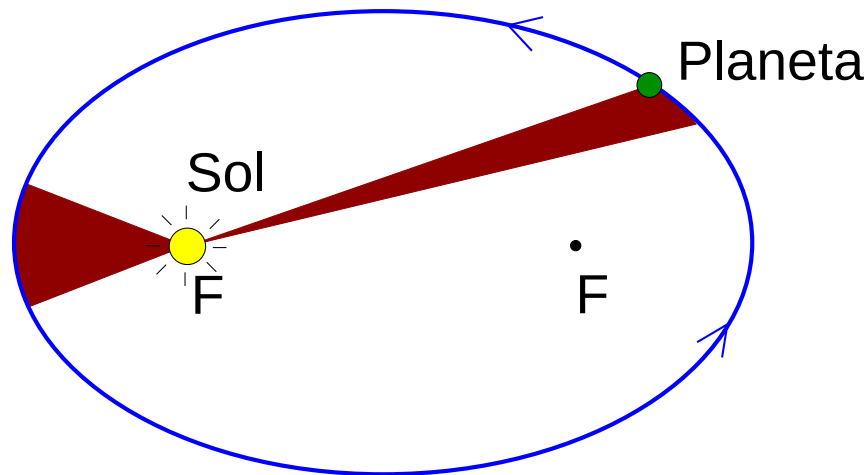
Heliocentrisme

- Aristarc de Samos (S. II a.c.)
- Nicolau Copèrnic (S. XVI): *De Revolutionibus Orbium Coelestium*
- Giordano Bruno (S. XVI): *El sol és una estrella més*
- Tycho Brahe (S. XVI): Mesures precises. Sistema mixt
- Galileo Galilei (S. XVI-XVII). Telescopi. *E pur si muove*



Heliocentrisme

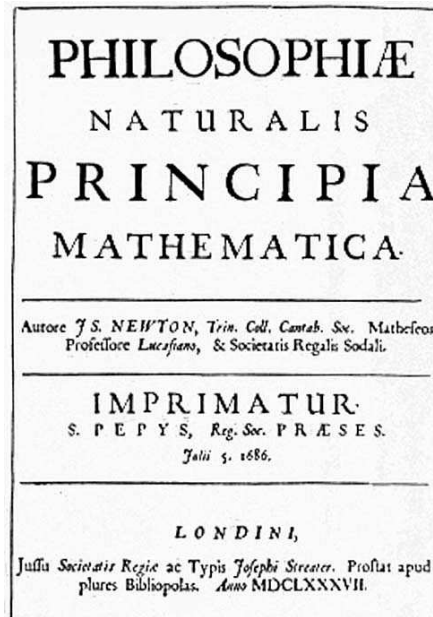
- Aristarc de Samos (S. II a.c.)
- Nicolau Copèrnic (S. XVI): *De Revolutionibus Orbium Coelestium*
- Giordano Bruno (S. XVI): *El sol és una estrella més*
- Tycho Brahe (S. XVI): Mesures precises. Sistema mixt
- Galileo Galilei (S. XVI-XVII). Telescopi. *E pur si muove*
- Johannes Kepler (S. XVI-XVII). Les tres lleis de Kepler



3a llei: $T^2 \sim R^3$ (T = període i R = radi major).

Heliocentrisme

- Aristarc de Samos (S. II a.c.)
- Nicolau Copèrnic (S. XVI): *De Revolutionibus Orbium Coelestium*
- Giordano Bruno (S. XVI): *El sol és una estrella més*
- Tycho Brahe (S. XVI): Mesures precises. Sistema mixt
- Galileo Galilei (S. XVI-XVII). Telescopi. *E pur si muove*
- Johannes Kepler (S. XVI-XVII). Les tres lleis de Kepler
- Isaac Newton (S. XVII-XVIII). Llei de gravitació universal.



Preguntes sobre la forma de l'univers



Preguntes sobre la forma de l'univers



- L'univers és finit o infinit?

Preguntes sobre la forma de l'univers



- L'univers és finit o infinit?
- Què vol dir “la forma” de l'univers?

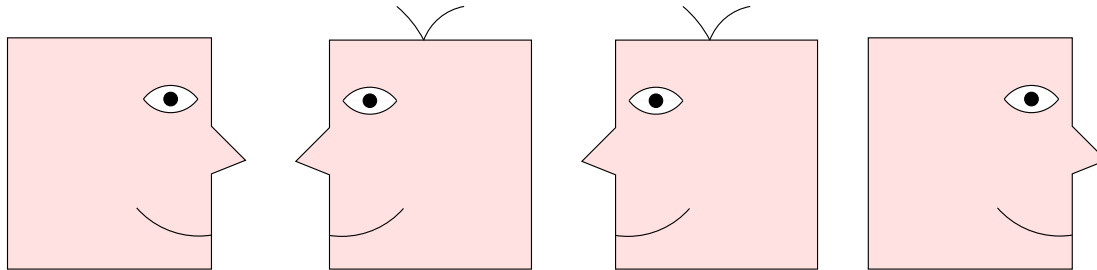
Preguntes sobre la forma de l'univers



- L'univers és finit o infinit?
- Què vol dir “la forma” de l'univers?
- Com es pot mesurar?

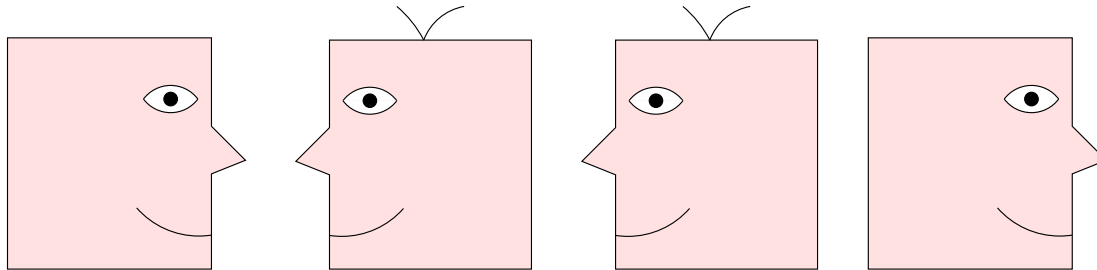
En un món de dimensió dos

E. A. Abbott: *Flatland* (*Planilàndia*) Novel·la de 1884.



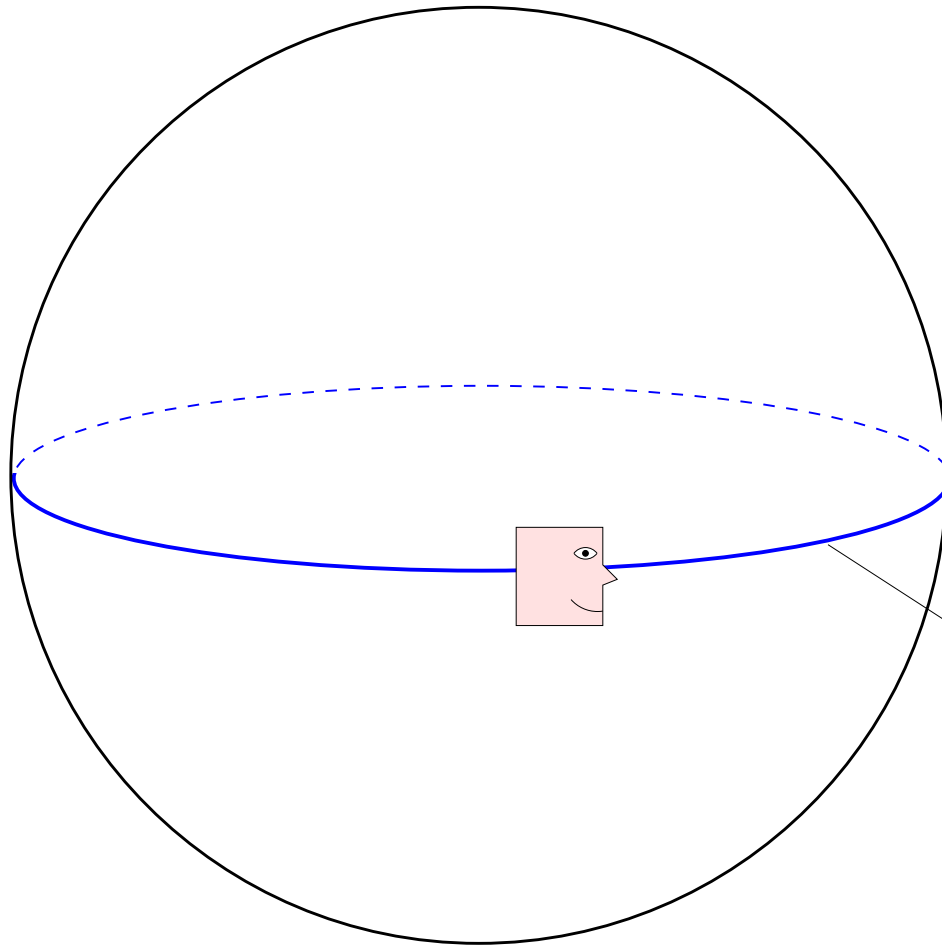
En un món de dimensió dos

E. A. Abbott: *Flatland* (*Planilàndia*) Novel·la de 1884.



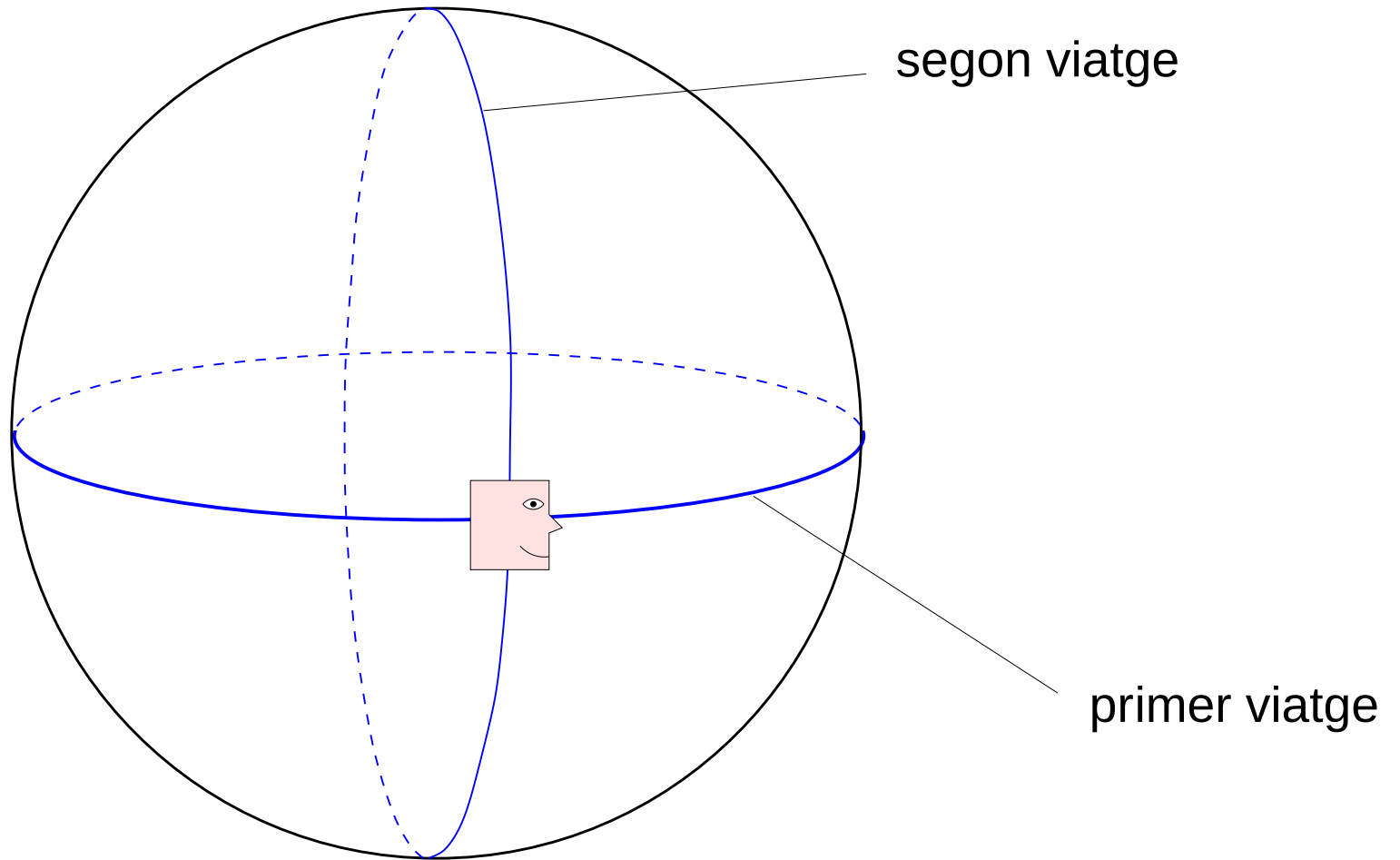
Fem viatjar el personatge per explorar l'univers de dimensió dos on viu.

En un món de dimensió dos

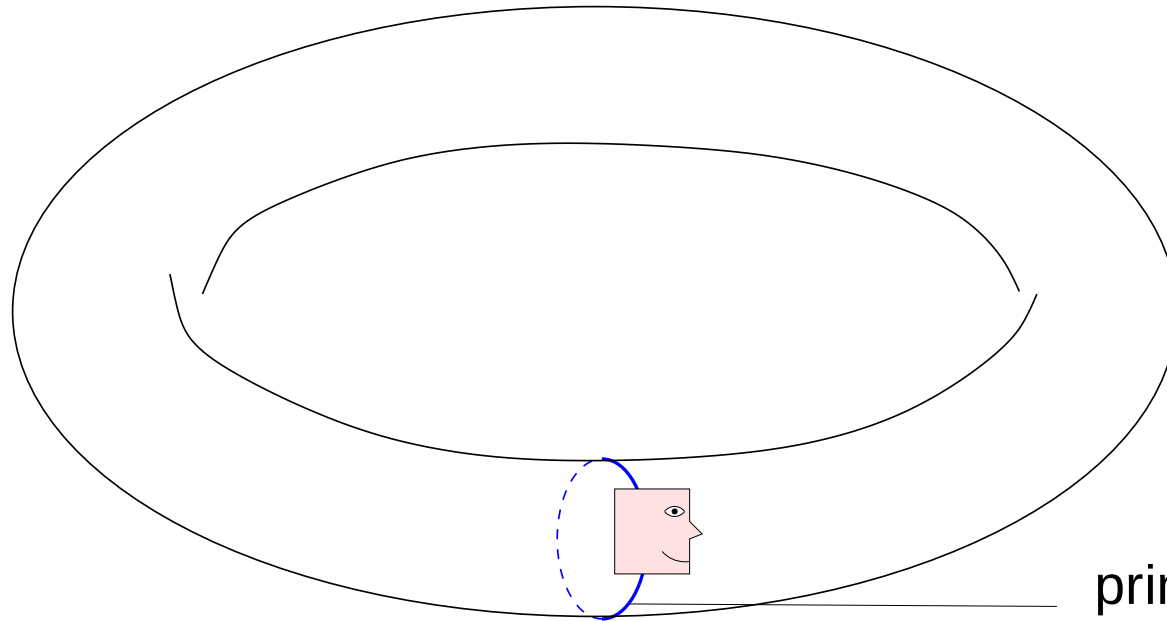


primer viatge

En un món de dimensió dos

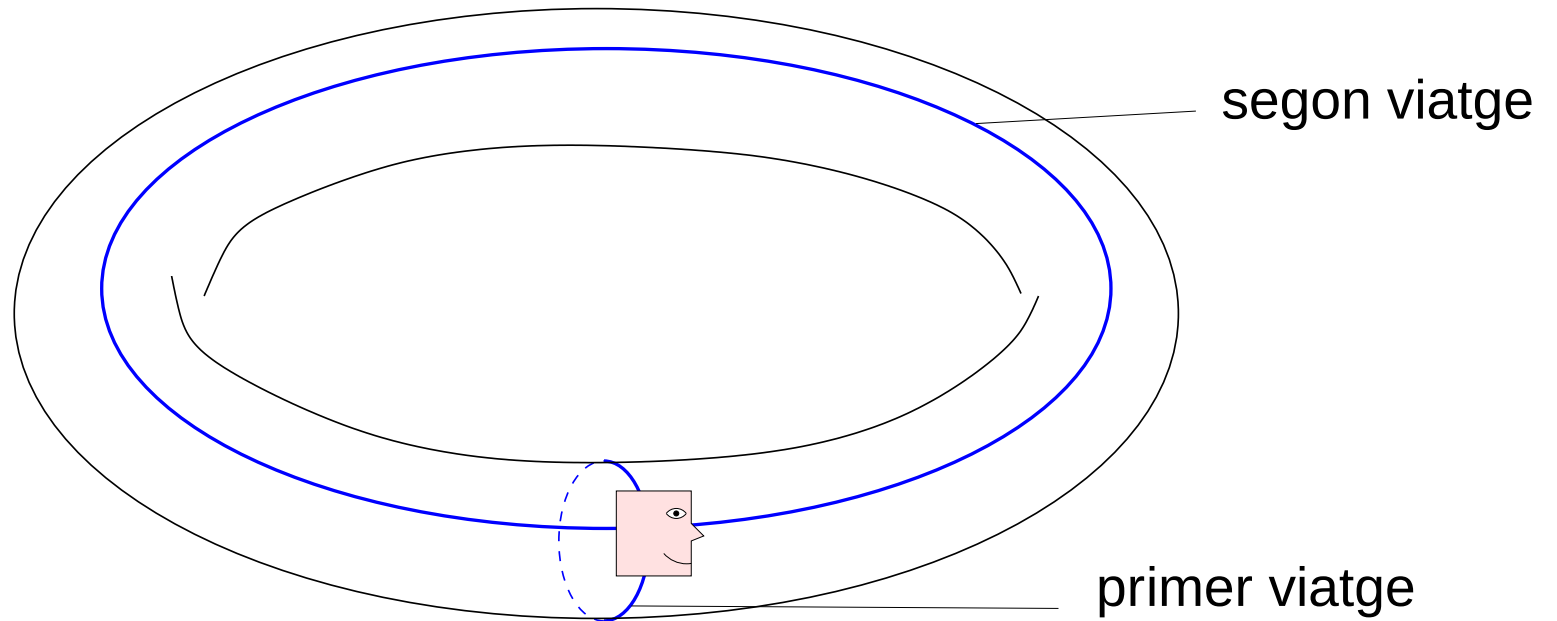


En un món de dimensió dos

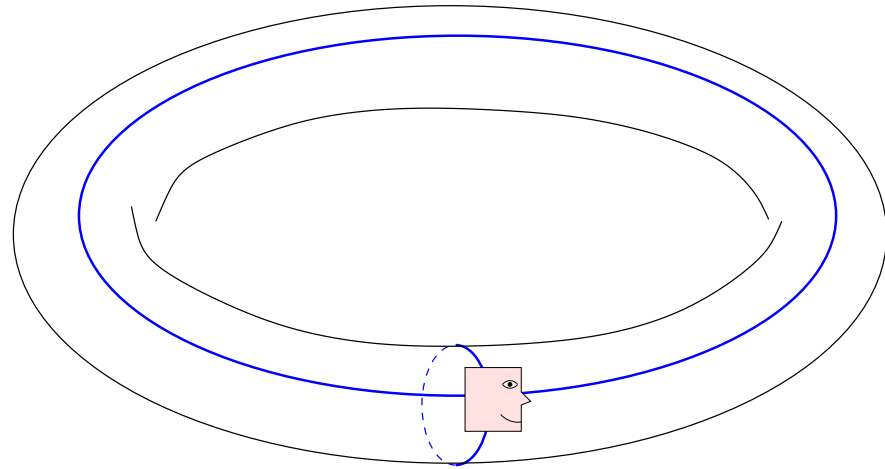
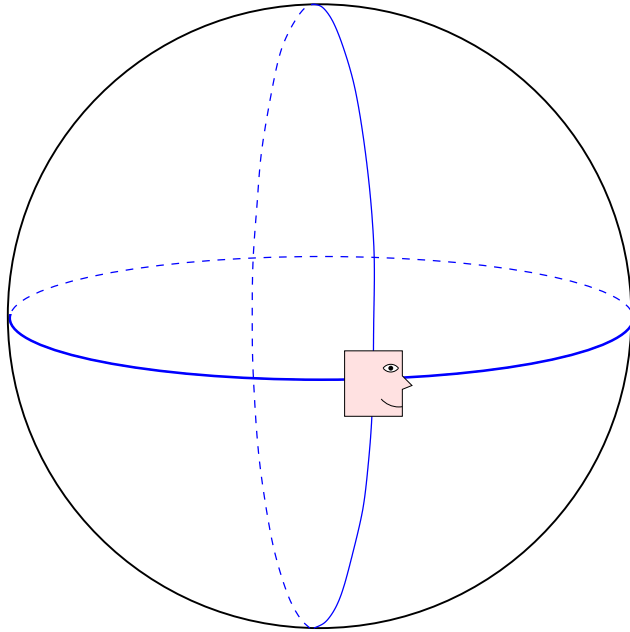


primer viatge

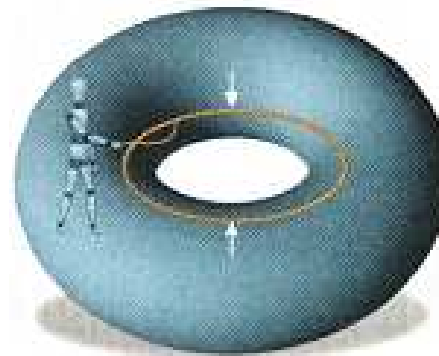
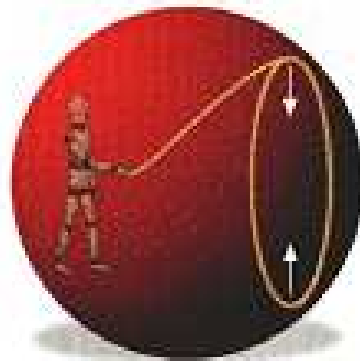
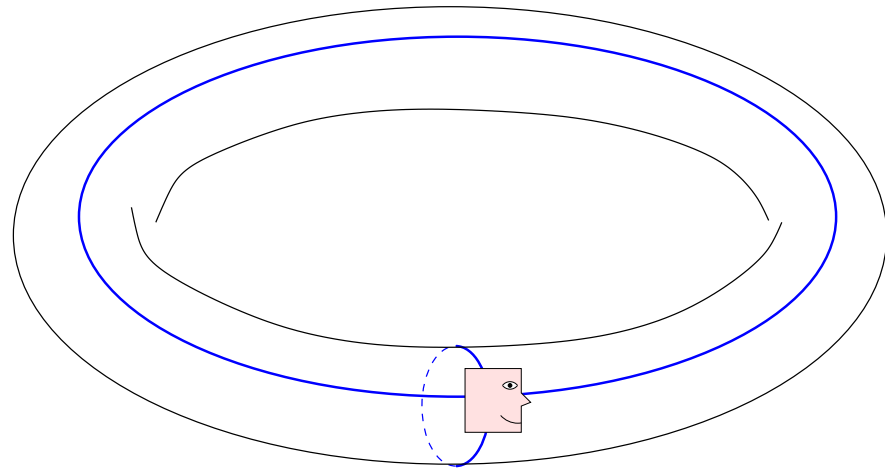
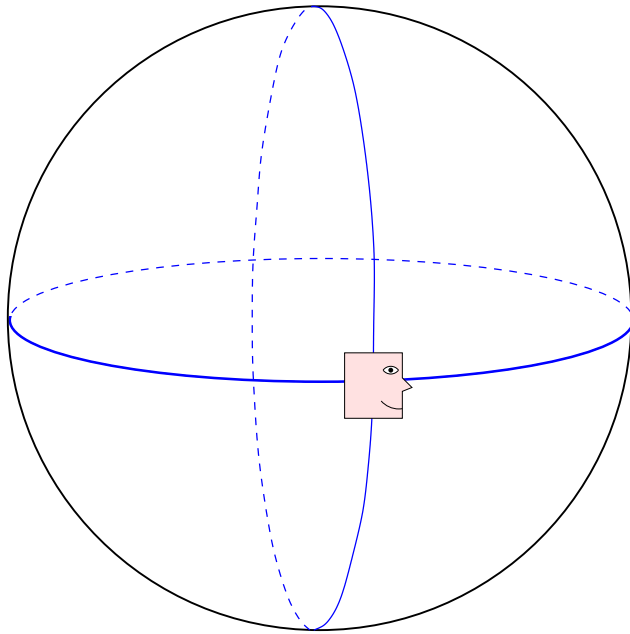
En un món de dimensió dos



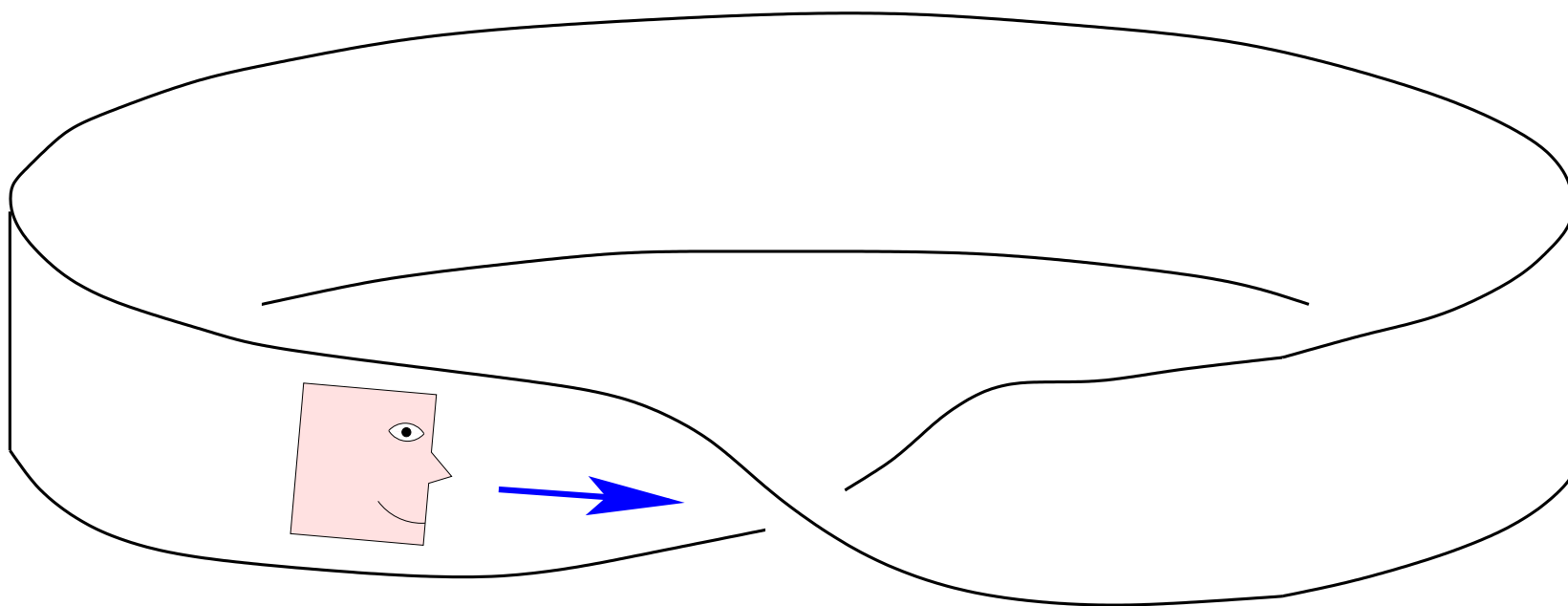
En quin univers?



En quin univers?

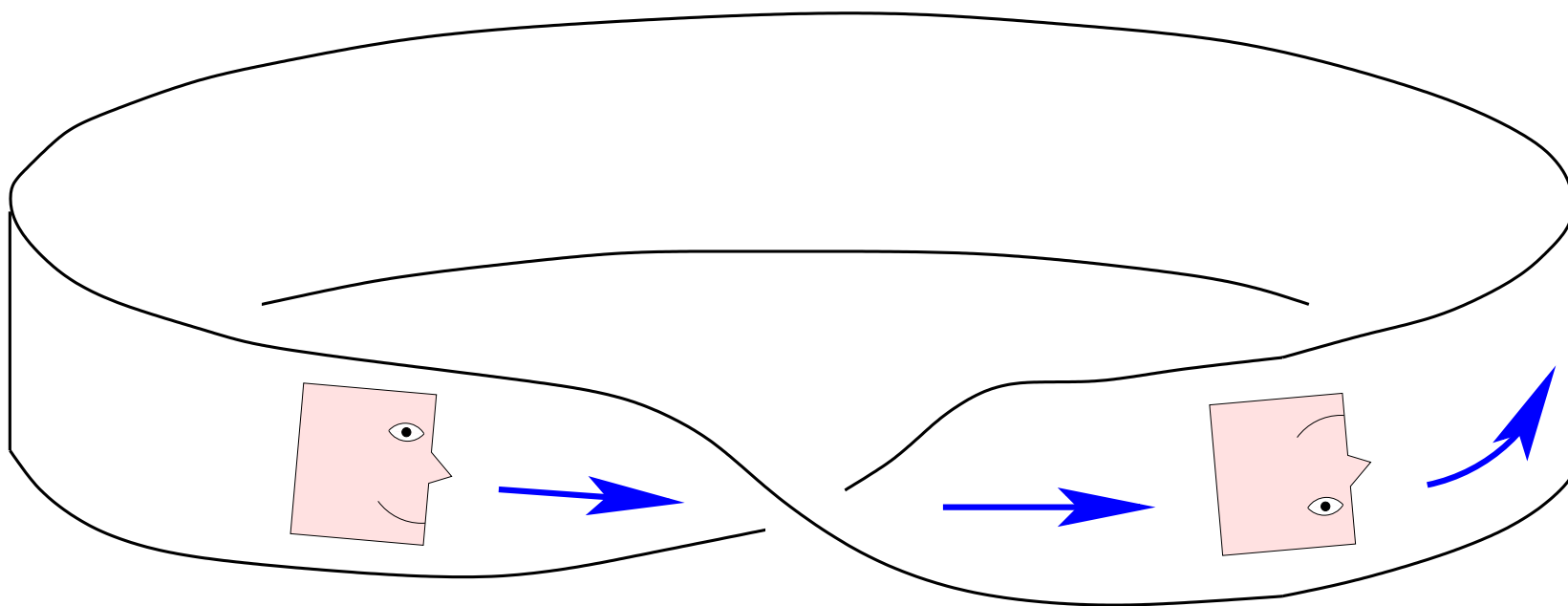


Pot l'univers ser no orientable?



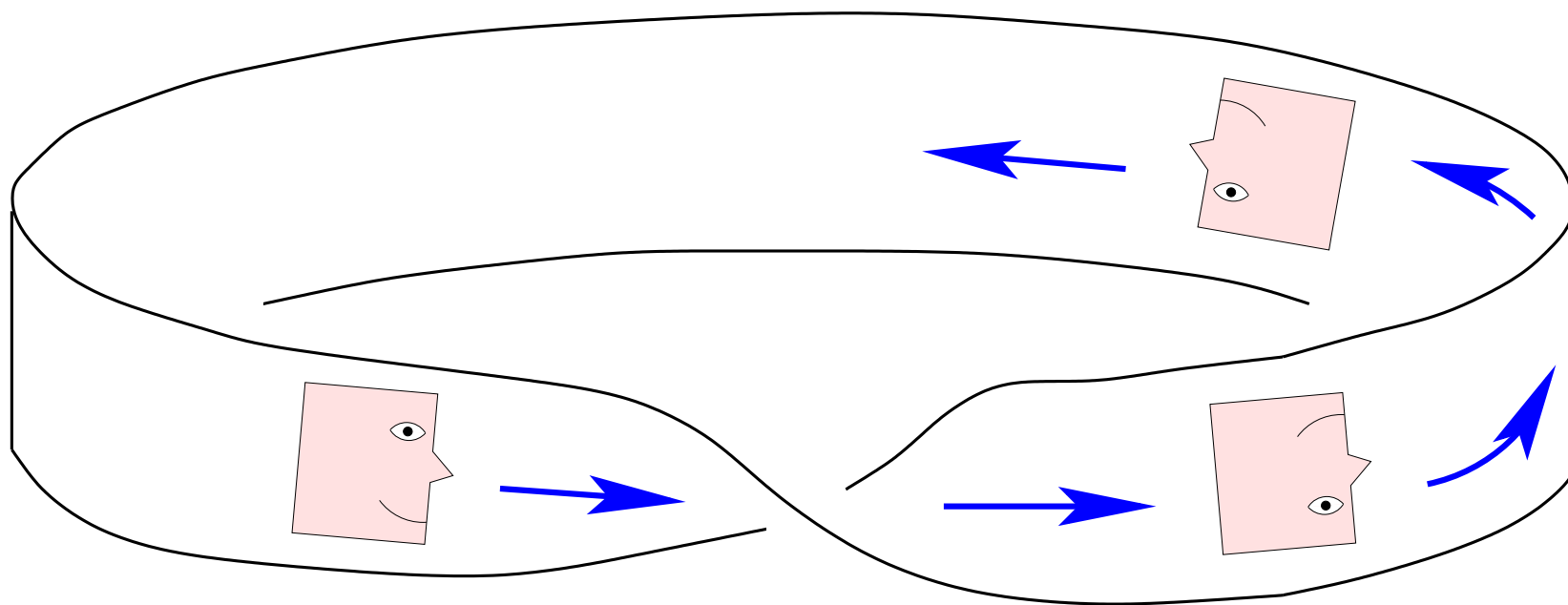
Cinta de Möbius

Pot l'univers ser no orientable?



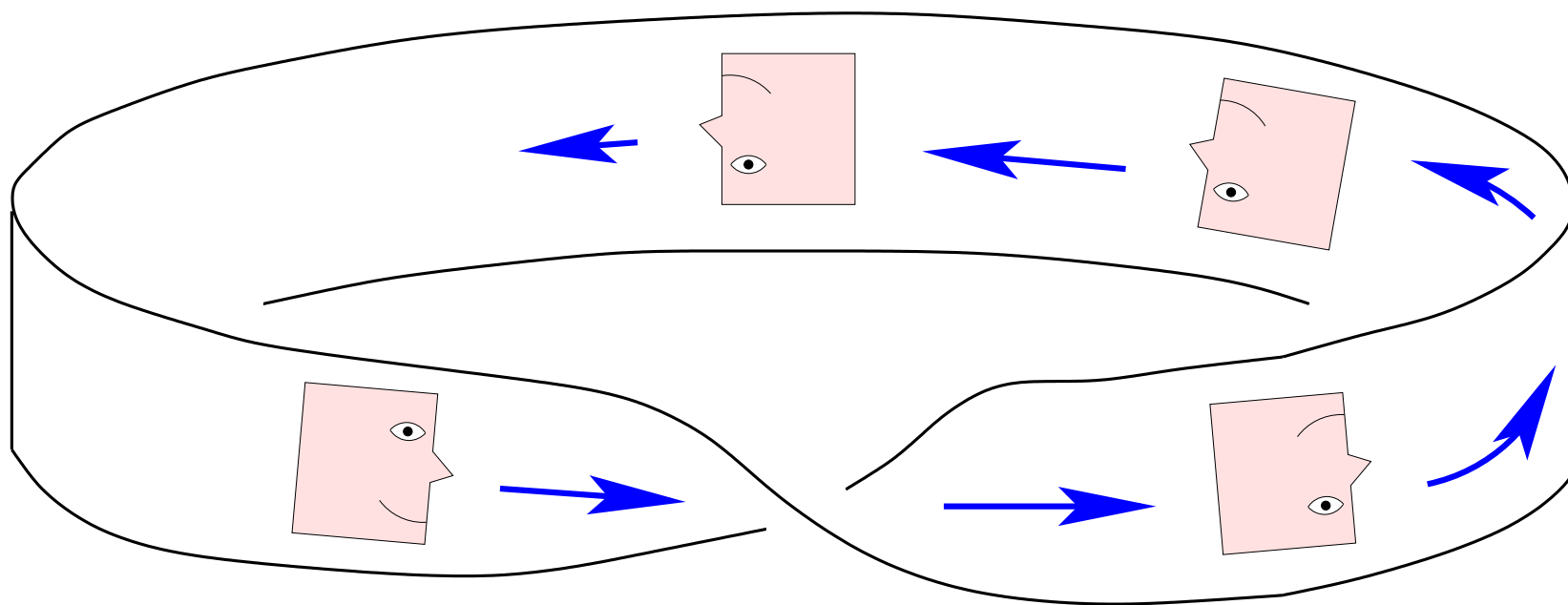
Cinta de Möbius

Pot l'univers ser no orientable?



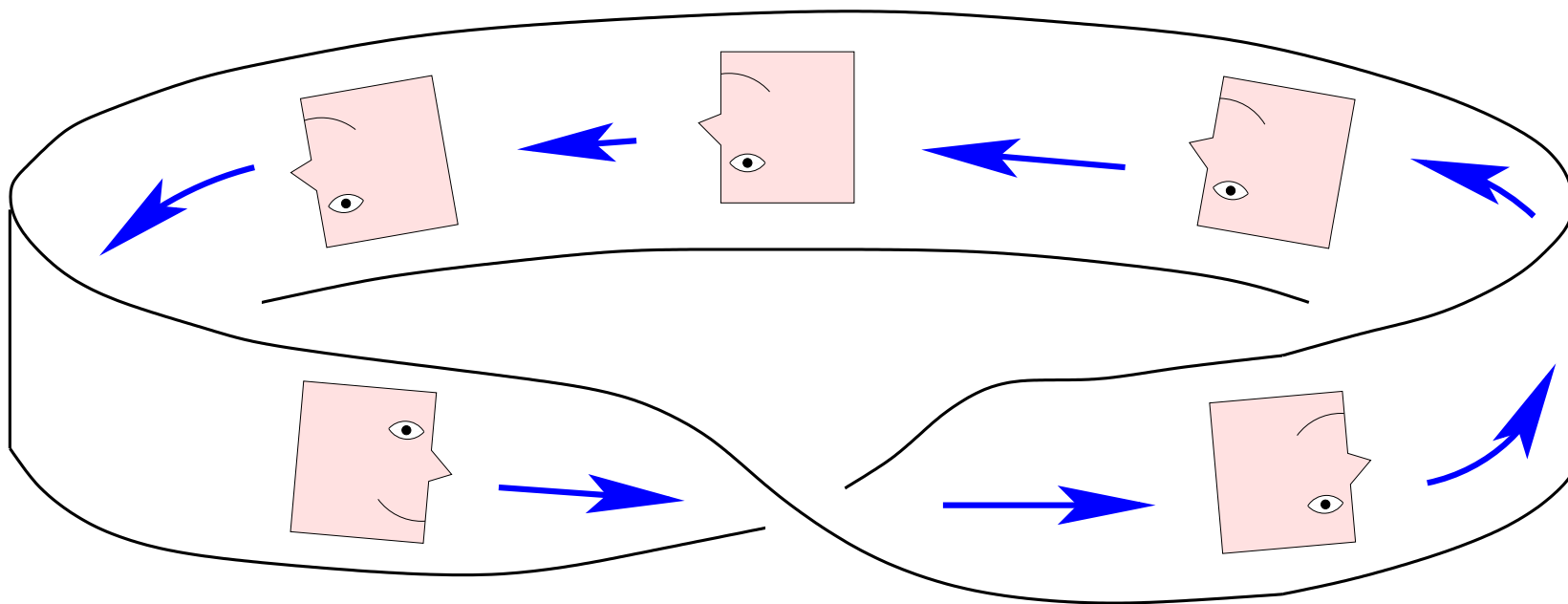
Cinta de Möbius

Pot l'univers ser no orientable?



Cinta de Möbius

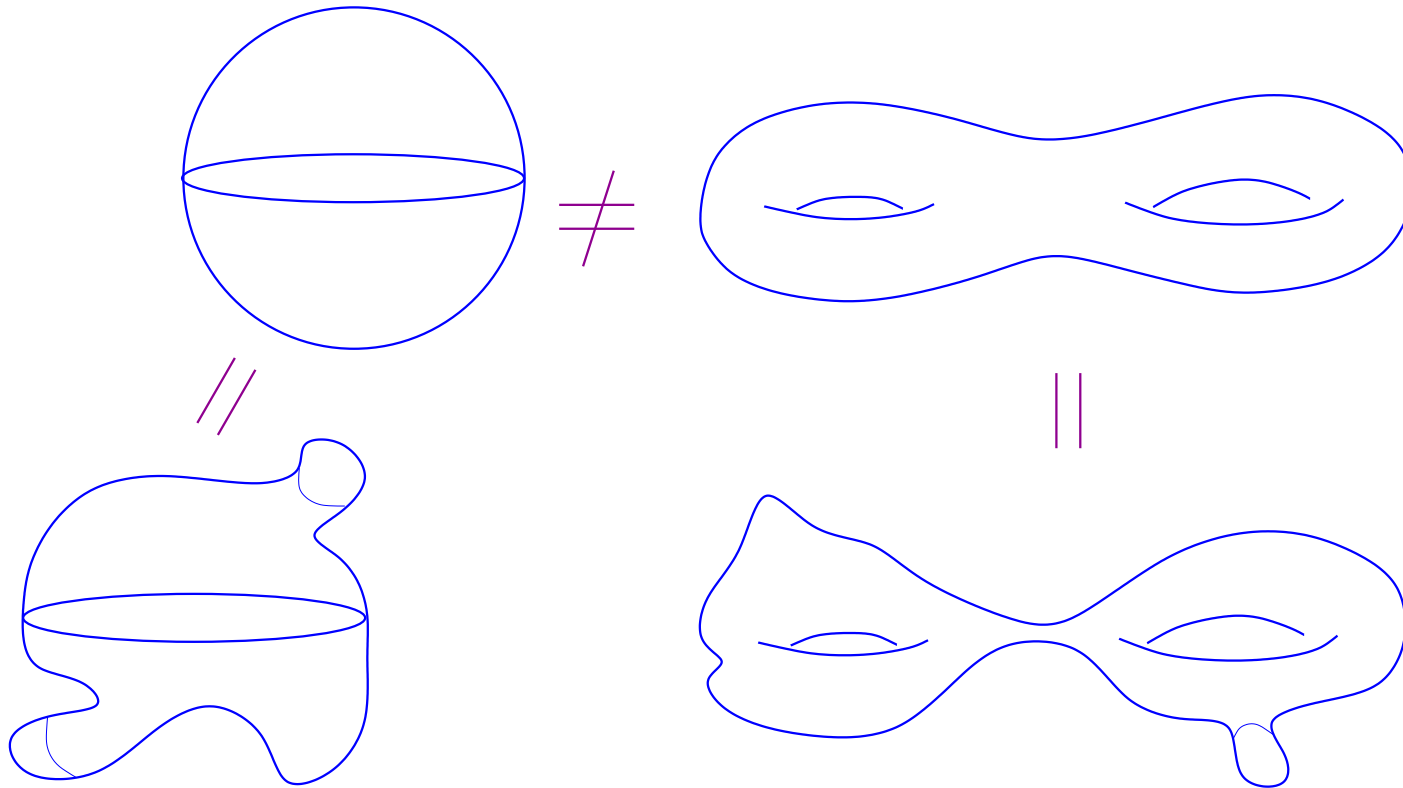
Pot l'univers ser no orientable?



Cinta de Möbius

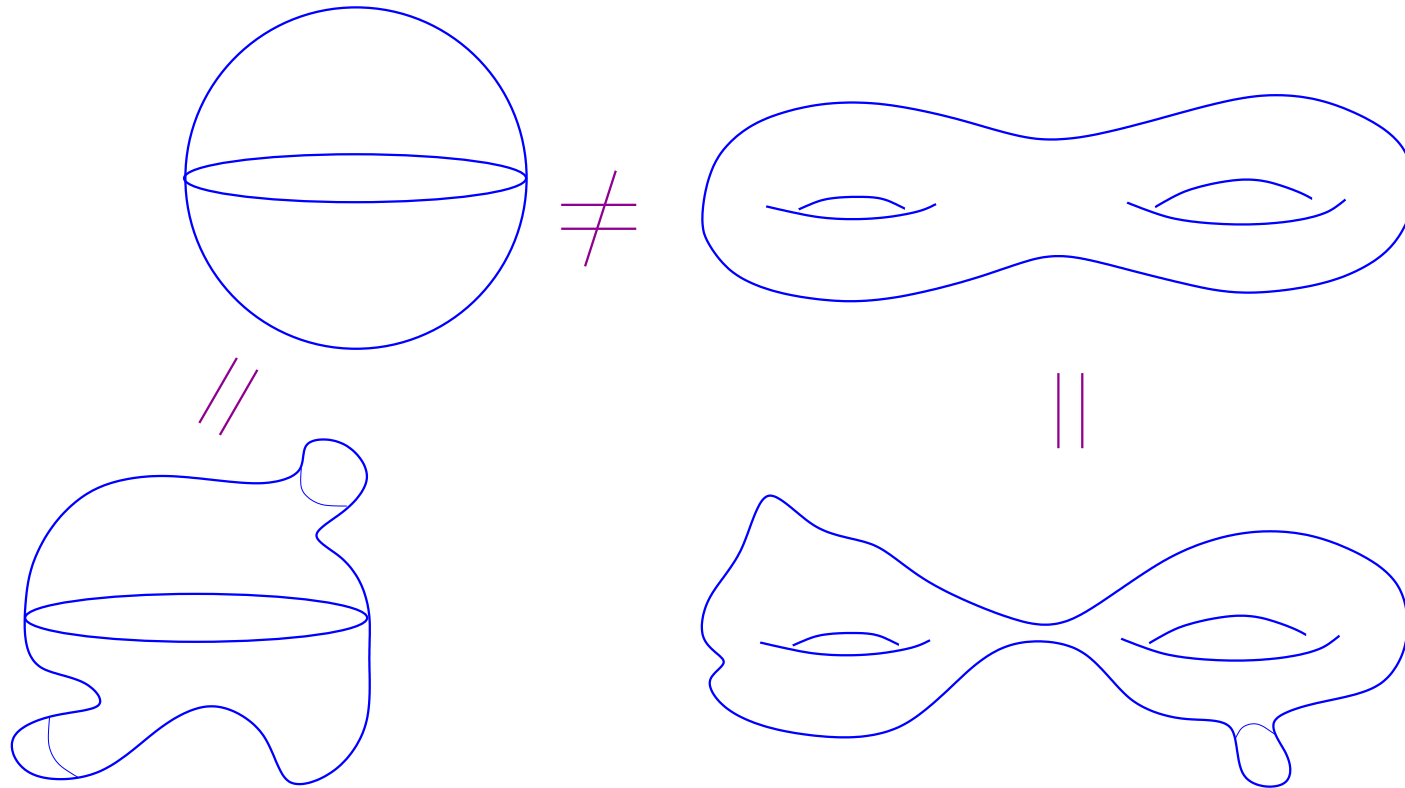
Topologia

Estudia la **forma** dels objectes, permet deformar-los de manera contínua, independentment de les propietats mètriques.



Topologia

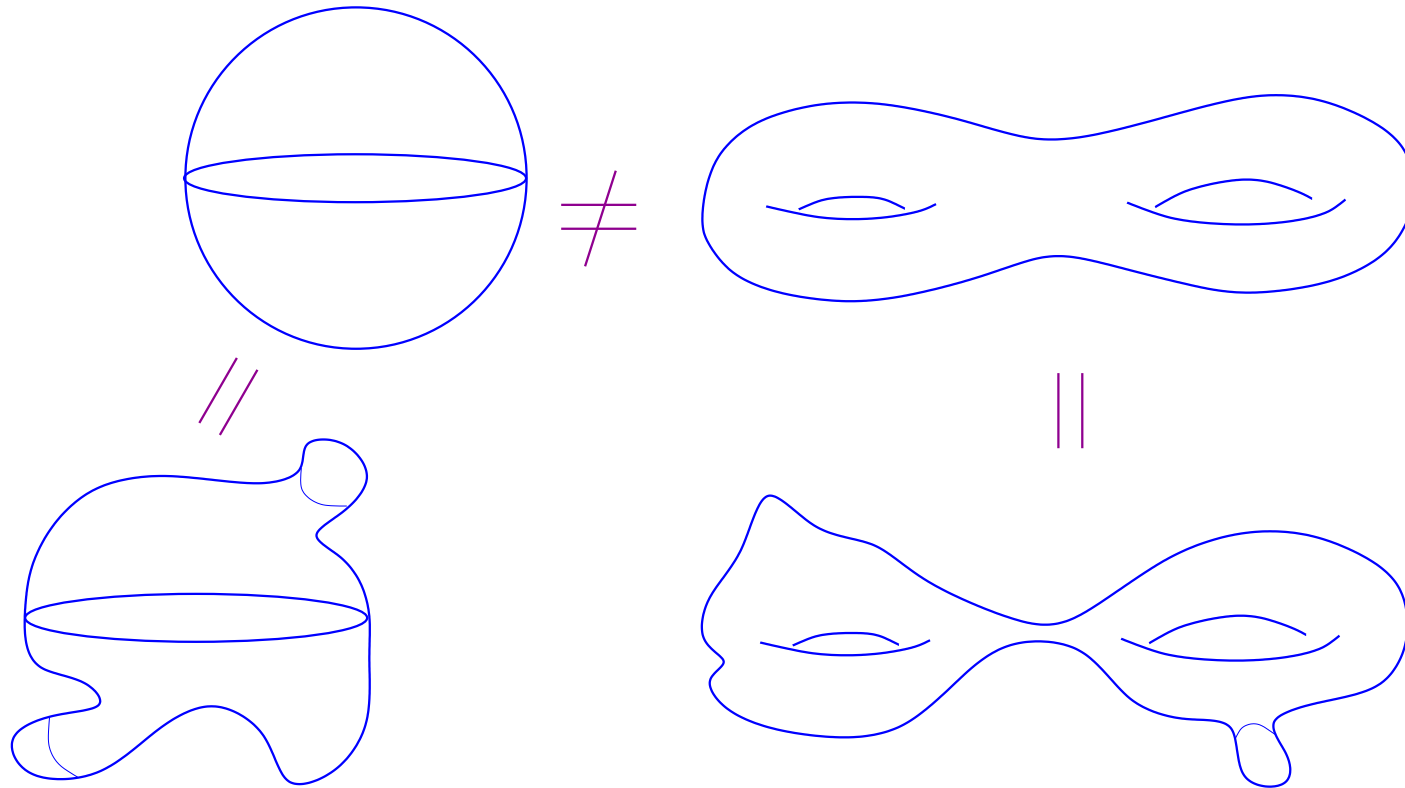
Estudia la **forma** dels objectes, permet deformar-los de manera contínua, independentment de les propietats mètriques.



Neologisme del grec *Topos* (lloc)

Topologia

Estudia la **forma** dels objectes, permet deformar-los de manera contínua, independentment de les propietats mètriques.

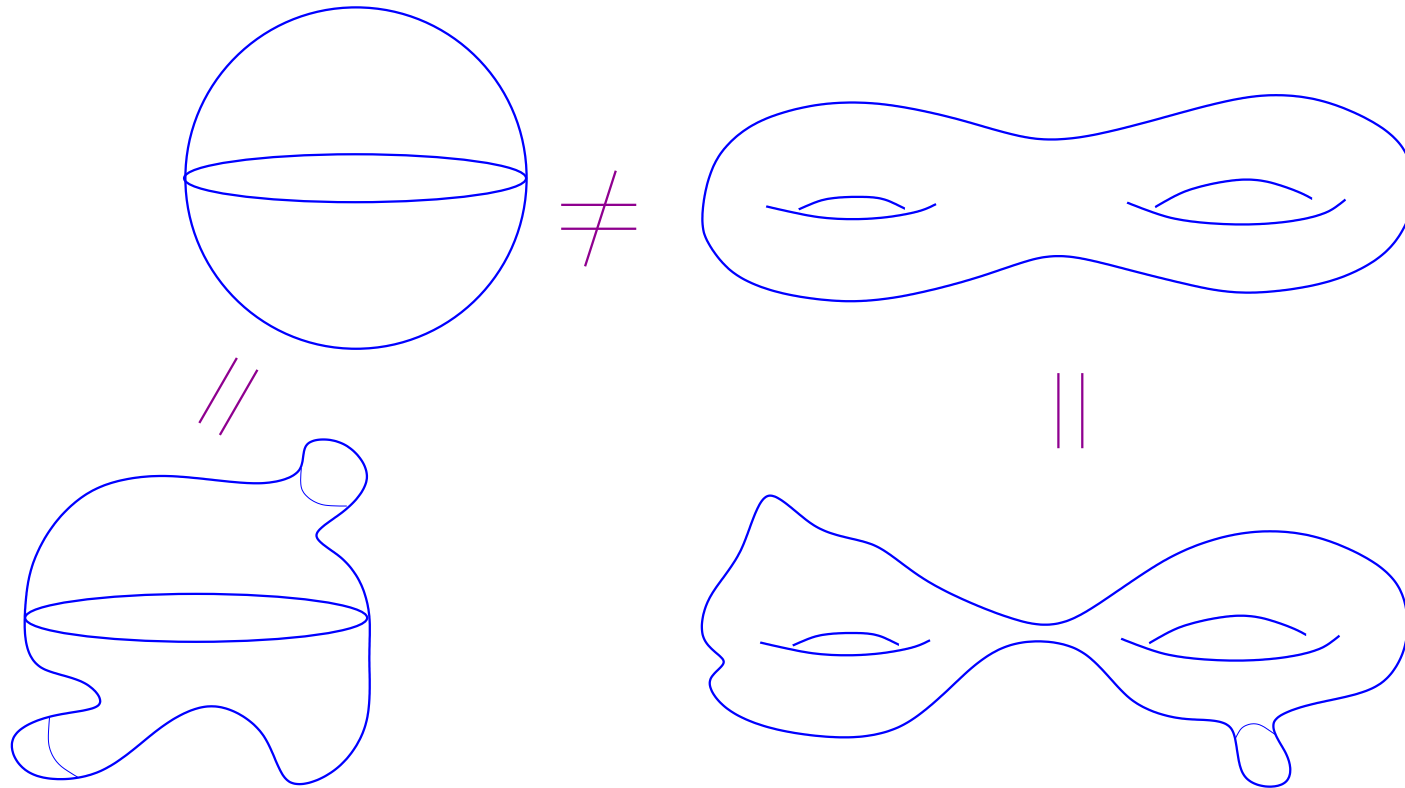


Neologisme del grec *Topos* (lloc)

“Geometria” (del grec: mesura de la terra) no és cap neologisme.

Topologia

Estudia la **forma** dels objectes, permet deformar-los de manera contínua, independentment de les propietats mètriques.

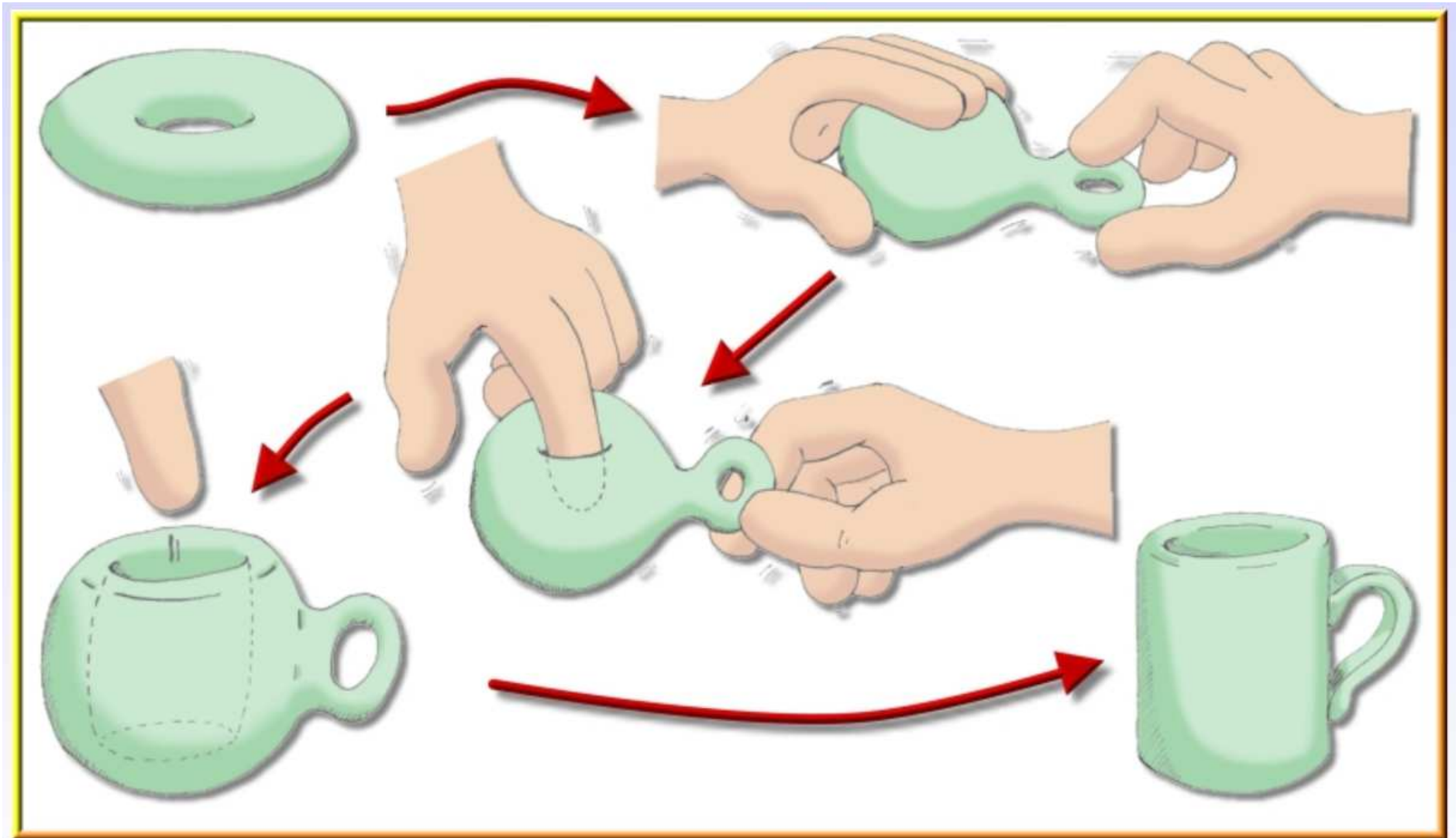


Neologisme del grec *Topos* (lloc)

“Geometria” (del grec: mesura de la terra) no és cap neologisme.

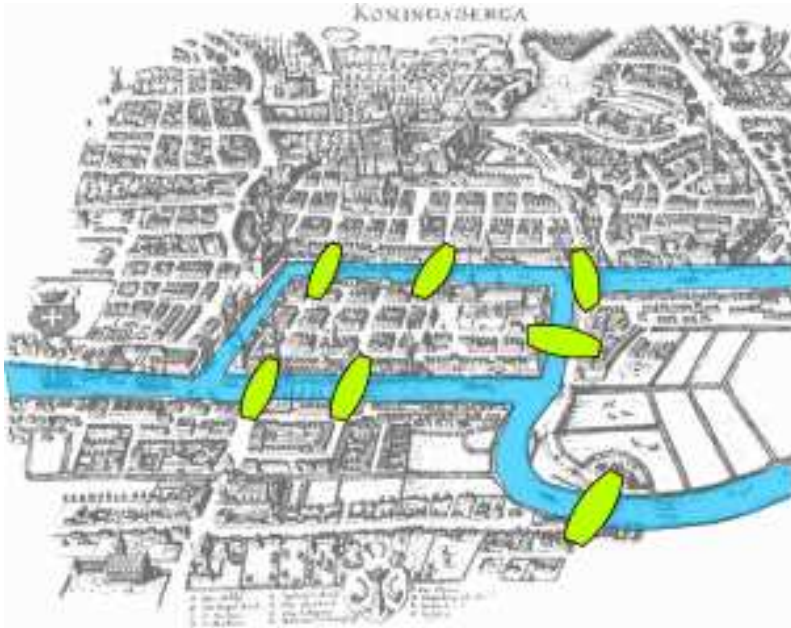
QUINA ÉS LA TOPOLOGIA DE L'UNIVERS?

Un topòleg no distingeix un donut d'una tassa.



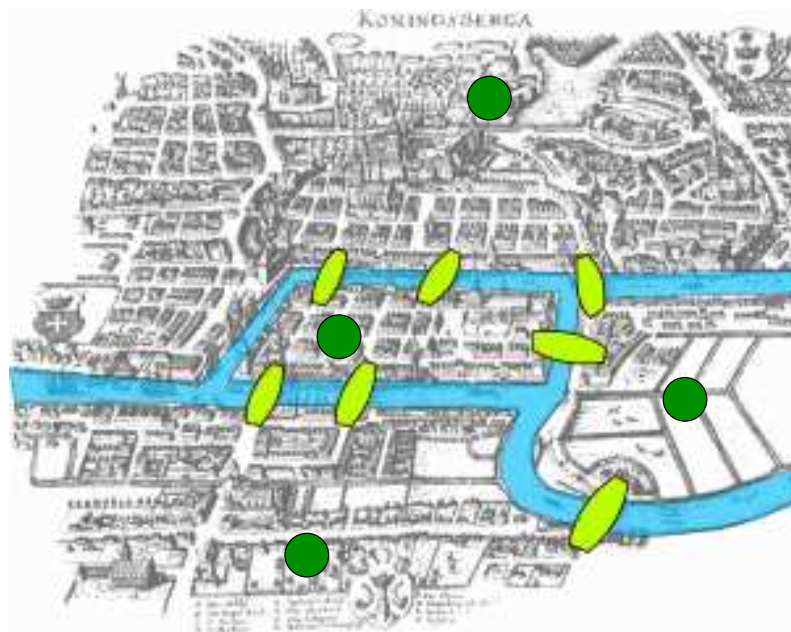
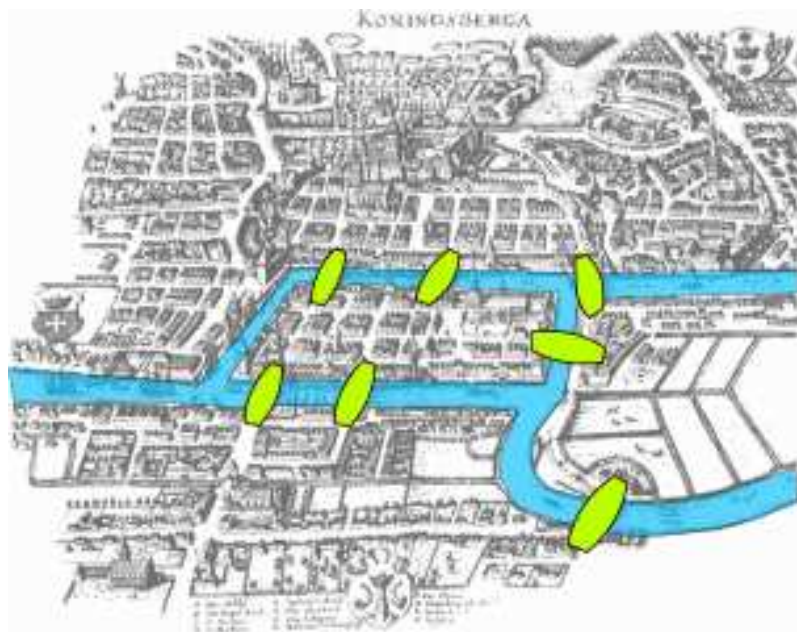
Exemple: els ponts de Königsberg

Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?



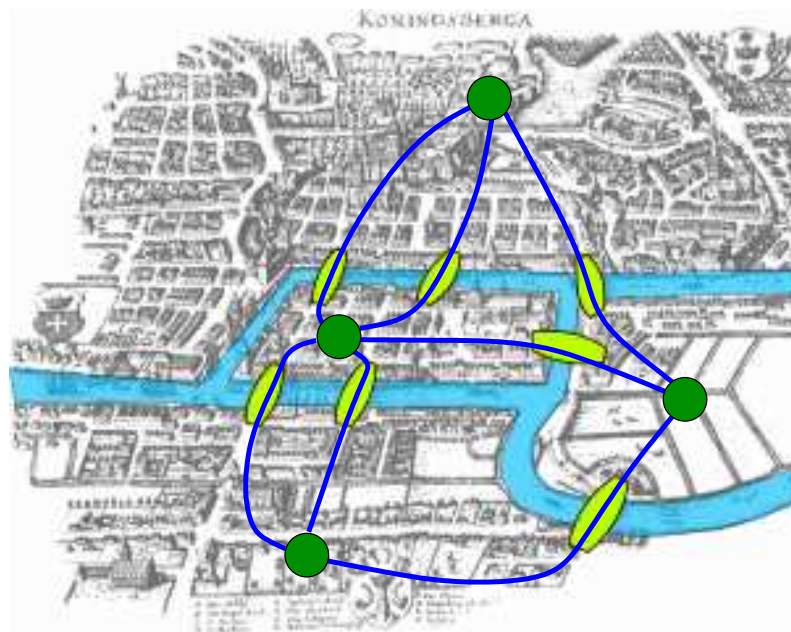
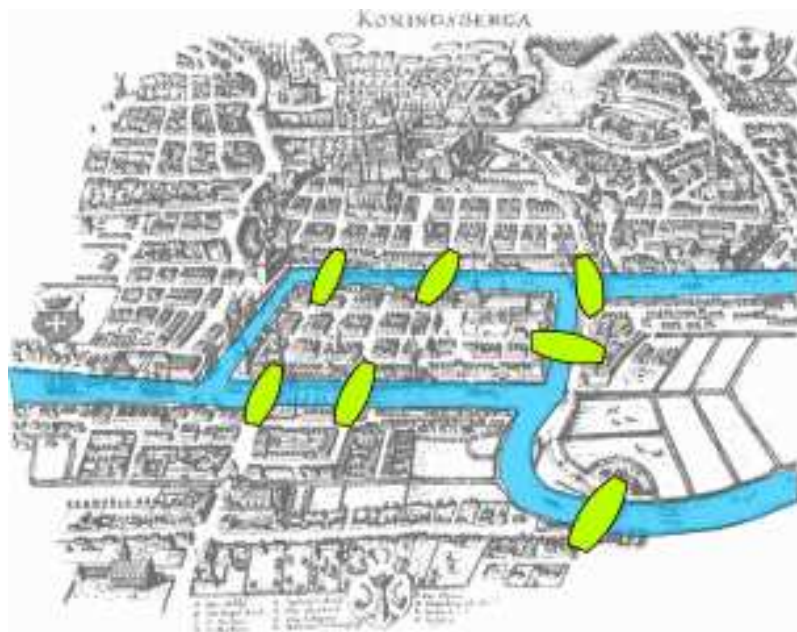
Exemple: els ponts de Königsberg

Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?



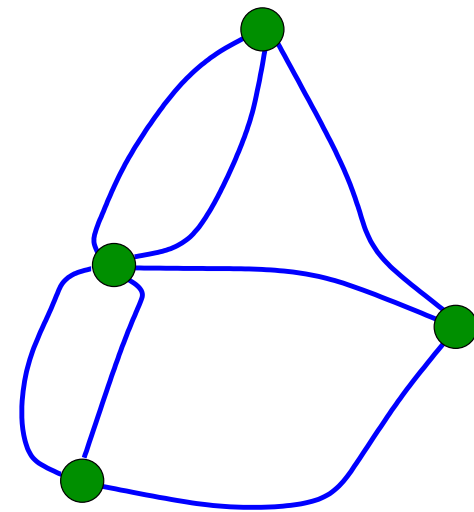
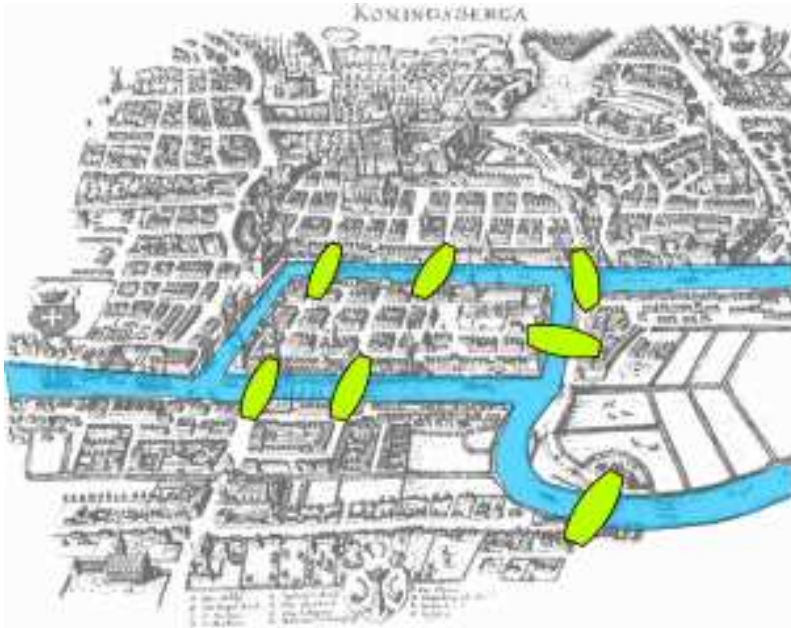
Exemple: els ponts de Königsberg

Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?



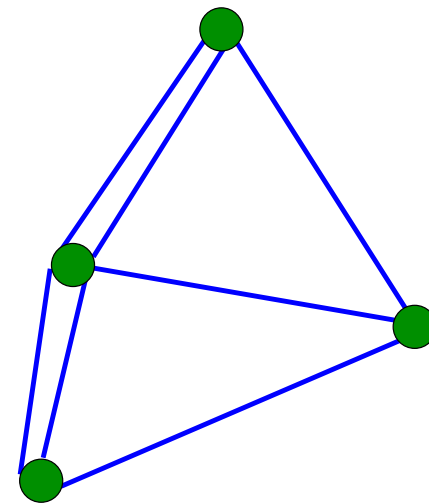
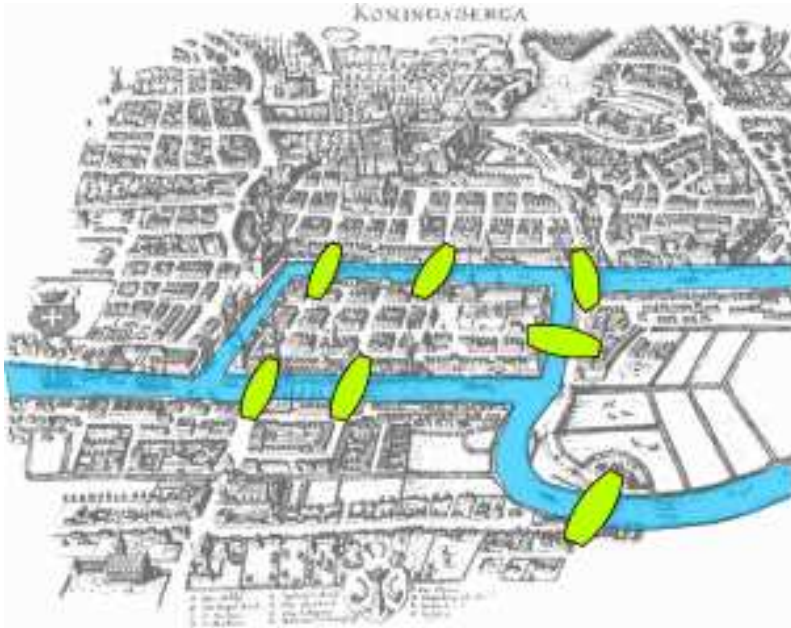
Exemple: els ponts de Königsberg

Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?



Exemple: els ponts de Königsberg

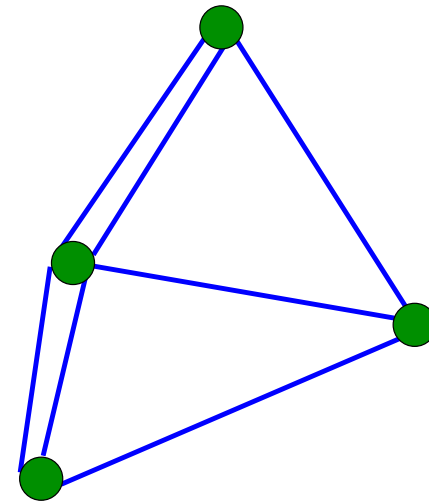
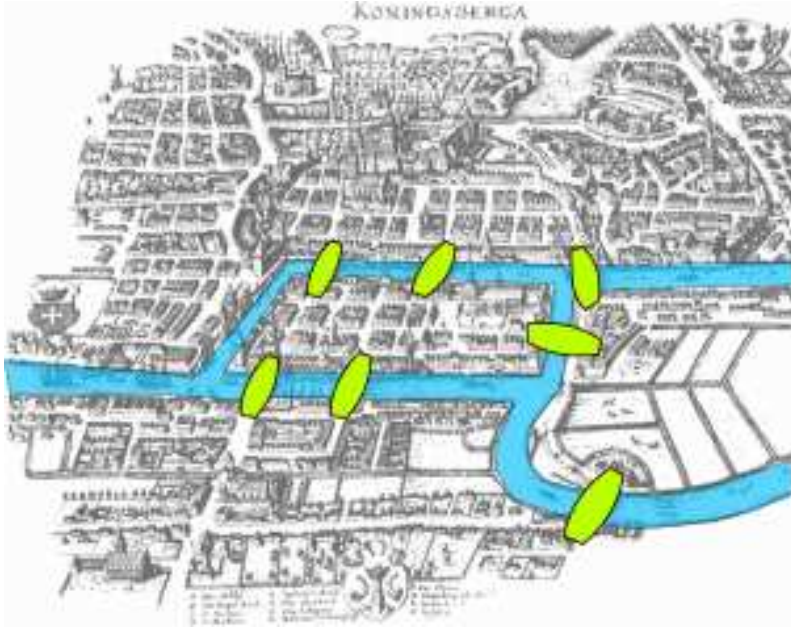
Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?



Graf

Exemple: els ponts de Königsberg

Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?

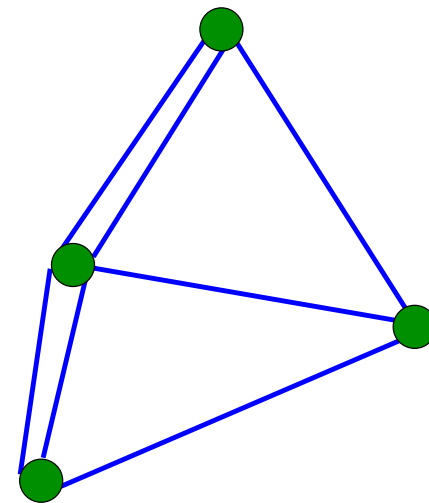
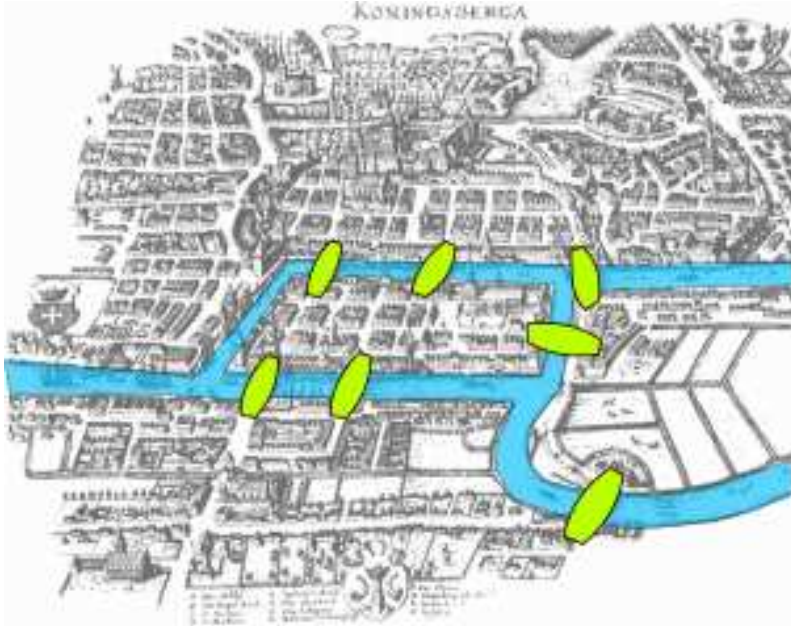


Graf

- Només ens interessa la *topologia* del graf (la connectivitat), el podem deformar continuament.

Exemple: els ponts de Königsberg

Es poden passar pels set ponts sense repetir-ne cap?

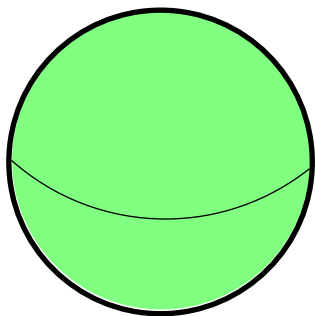


Graf

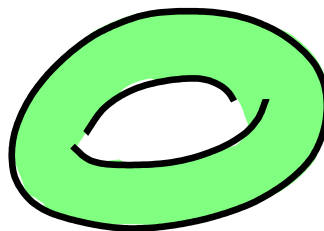
- Només ens interessa la *topologia* del graf (la connectivitat), el podem deformar continuament.
- Euler 1736: la resposta és **NO**

Espais dim 2 (superfícies) orientables

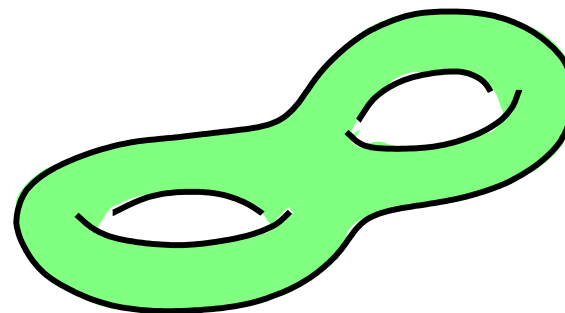
Classificades pel gènere g :



$$g = 0$$



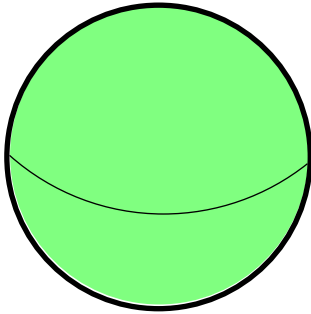
$$g = 1$$



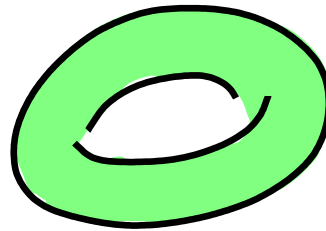
$$g = 2$$

Espais dim 2 (superfícies) orientables

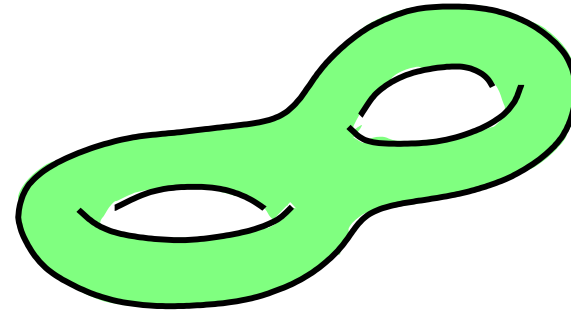
Classificades pel gènere g :



$$g = 0$$

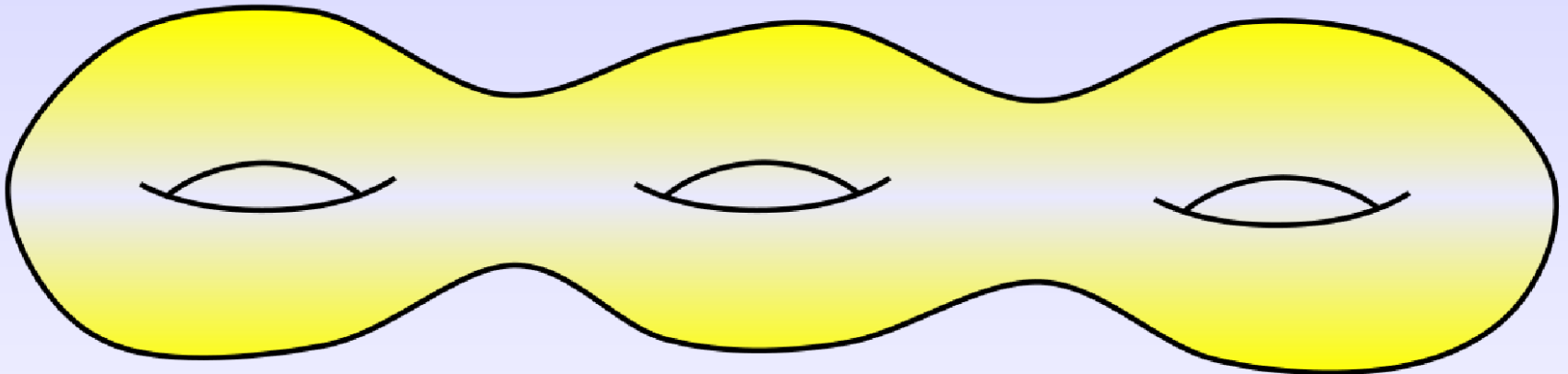


$$g = 1$$



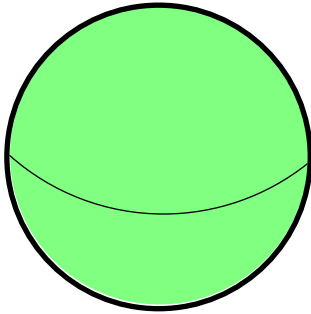
$$g = 2$$

Característica d'Euler: $\chi(F_g) = \# \text{cares} + \# \text{vèrtexs} - \# \text{arestes} = 2 - 2g$

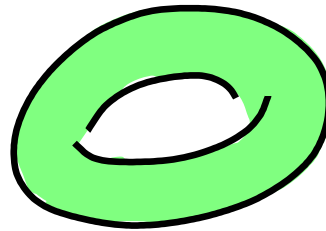


Espais dim 2 (superfícies) orientables

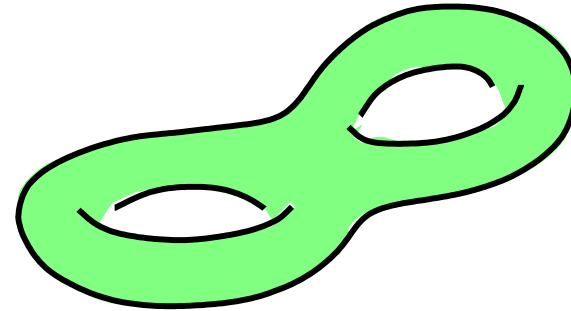
Classificades pel gènere g :



$$g = 0$$

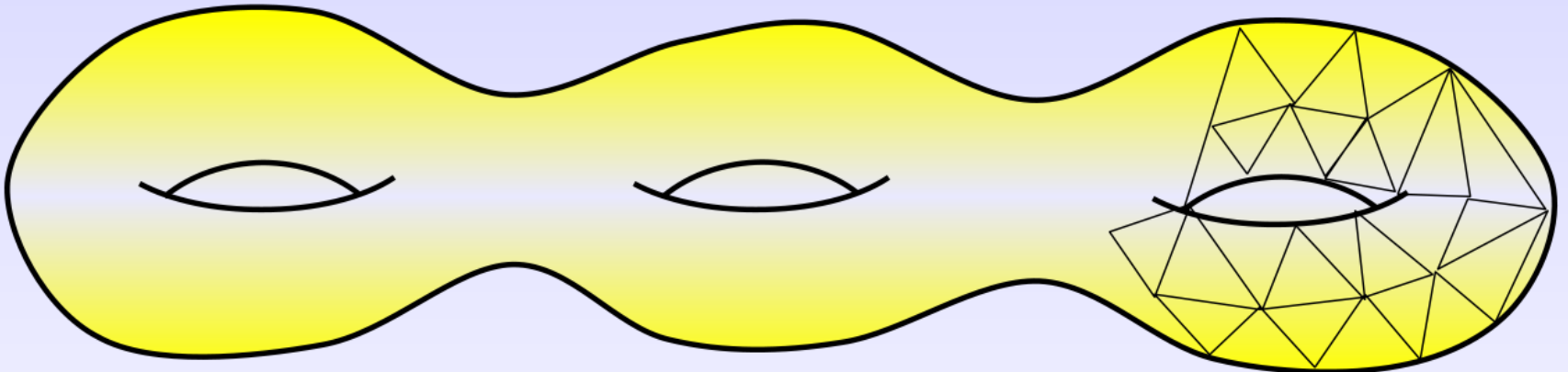


$$g = 1$$

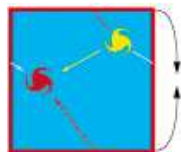


$$g = 2$$

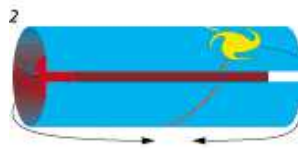
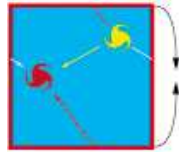
Característica d'Euler: $\chi(F_g) = \# \text{cares} + \# \text{vèrtexs} - \# \text{arestes} = 2 - 2g$



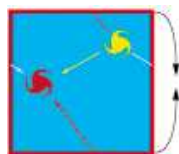
Podem fer servir la geometria? El tor



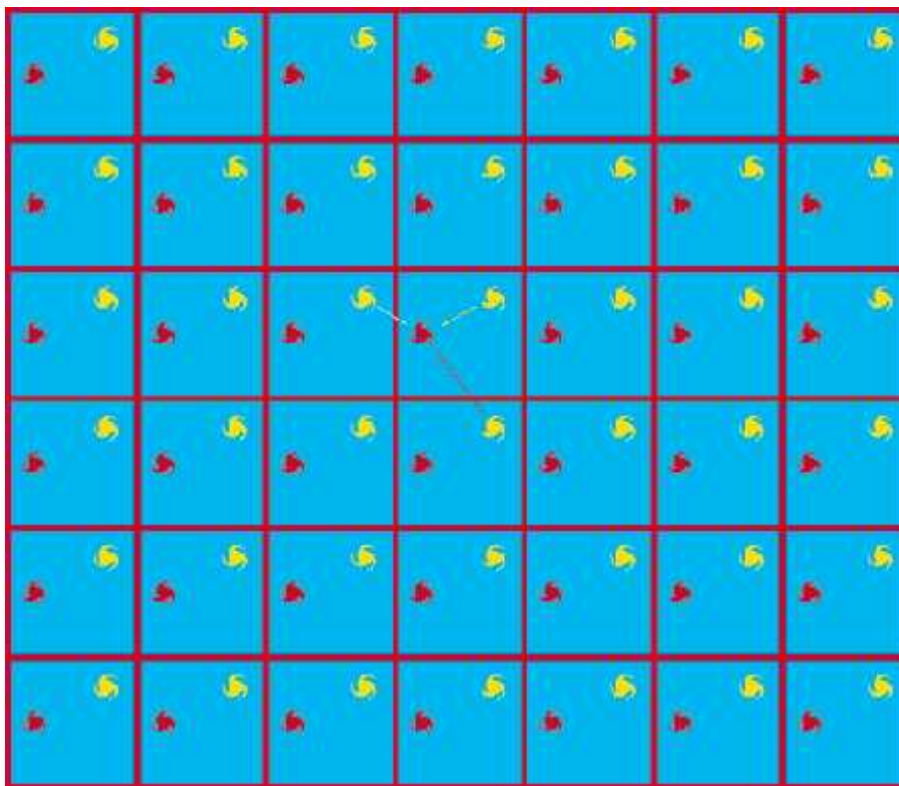
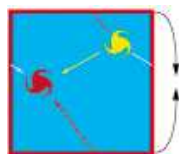
Podem fer servir la geometria? El tor



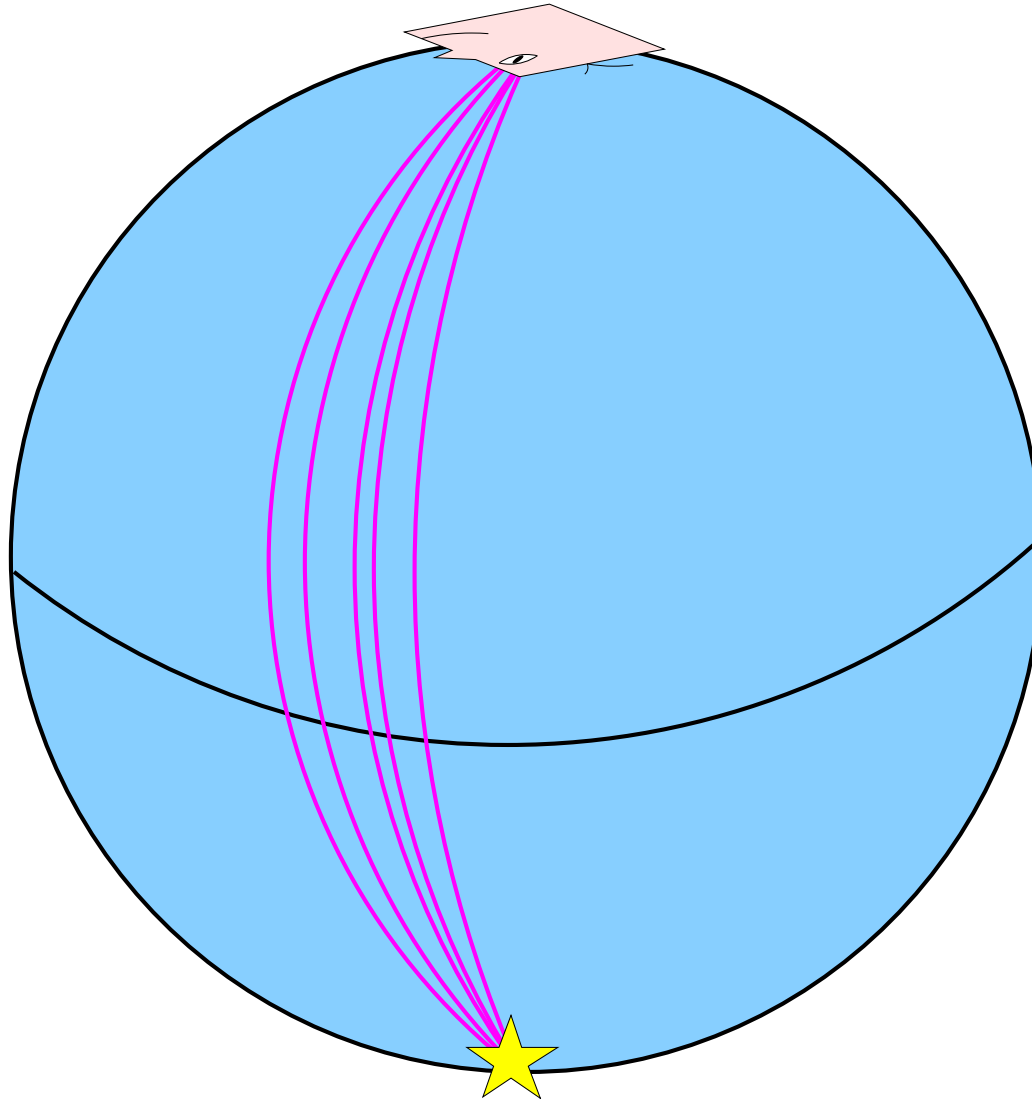
Podem fer servir la geometria? El tor



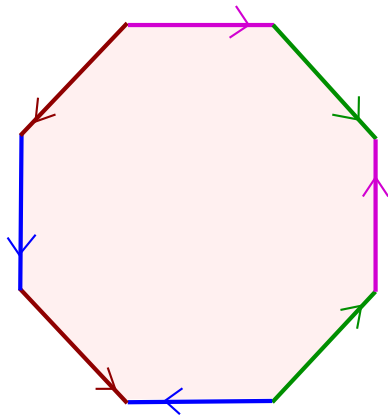
Podem fer servir la geometria? El tor



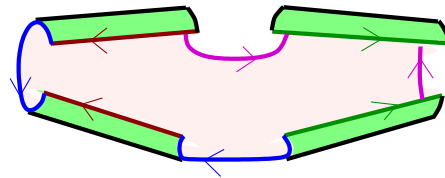
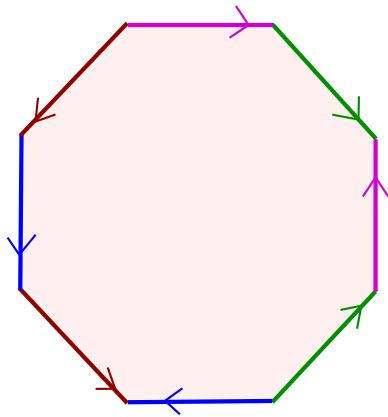
Podem fer servir la geometria? L'esfera



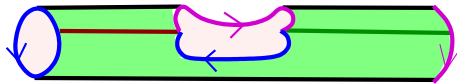
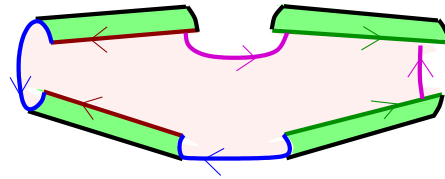
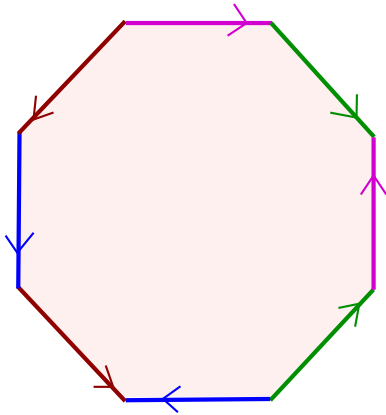
Superfície de gènere 2



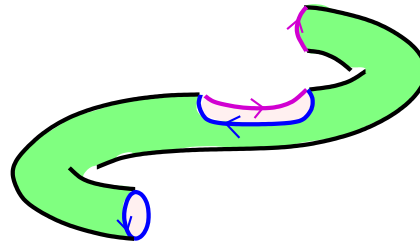
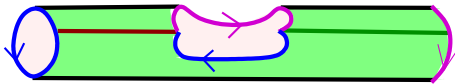
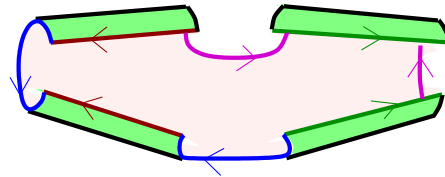
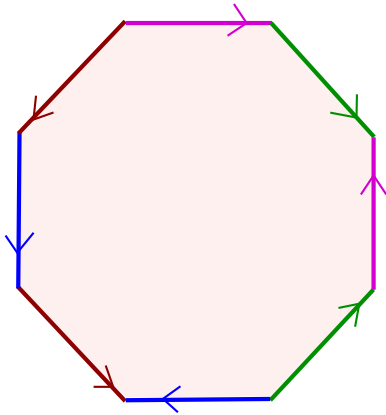
Superfície de gènere 2



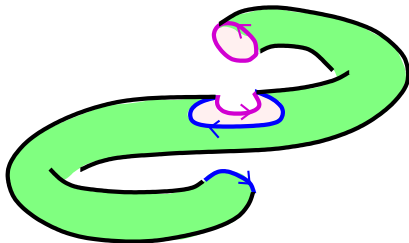
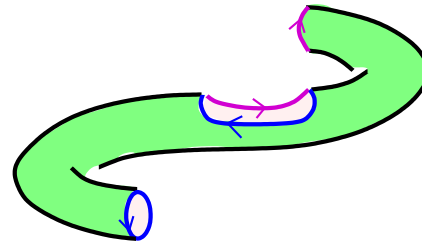
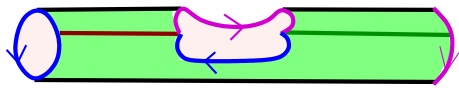
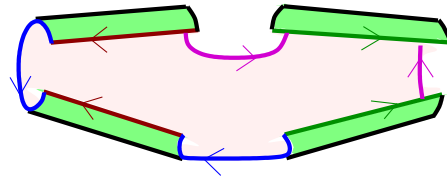
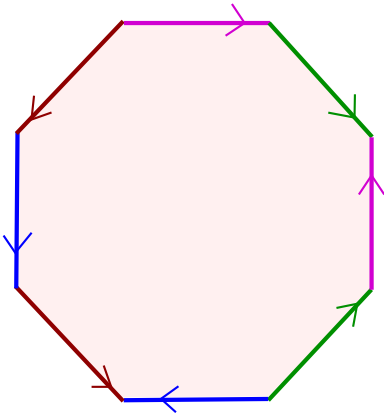
Superfície de gènere 2



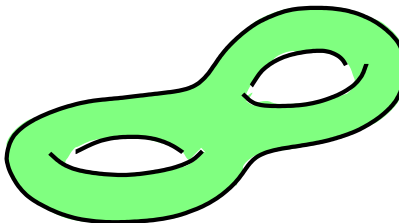
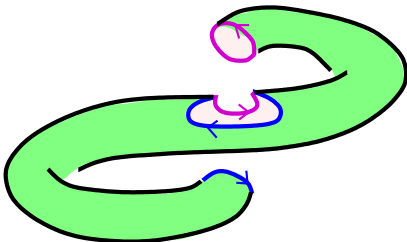
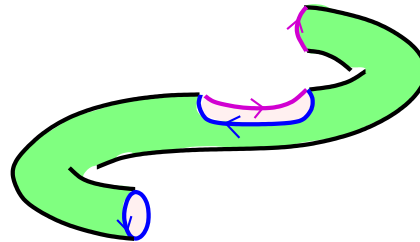
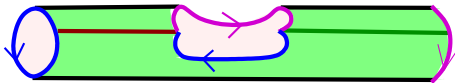
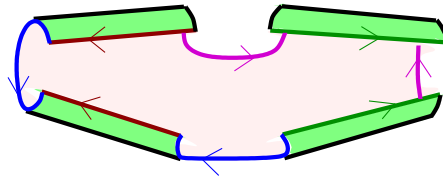
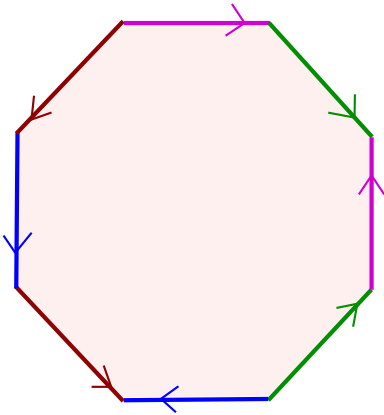
Superfície de gènere 2



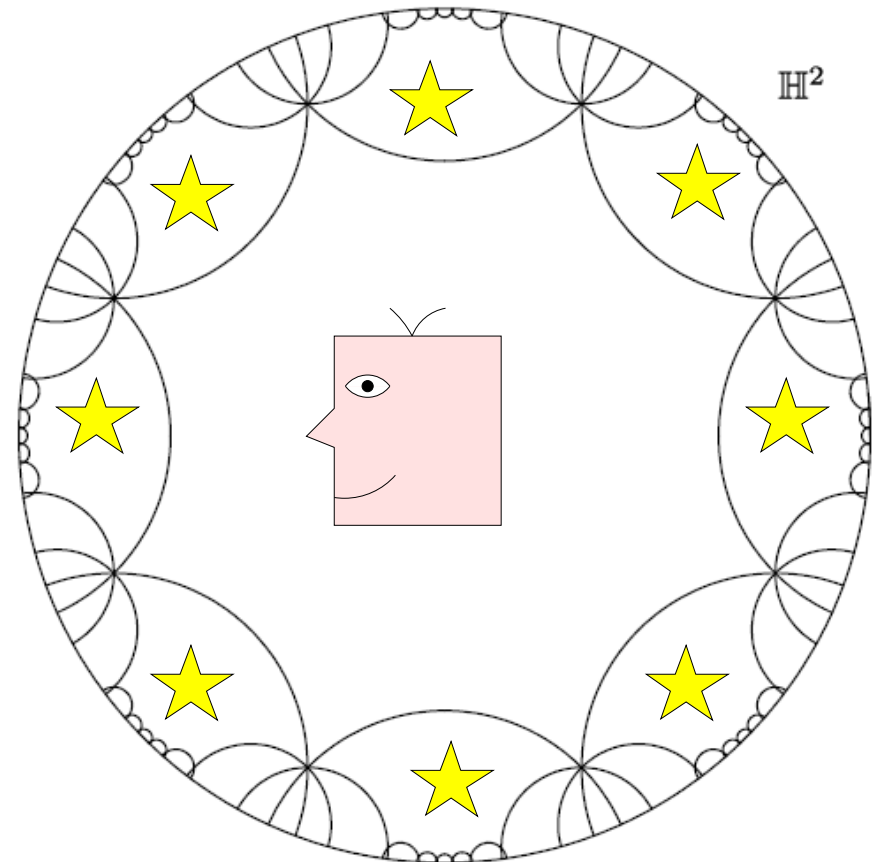
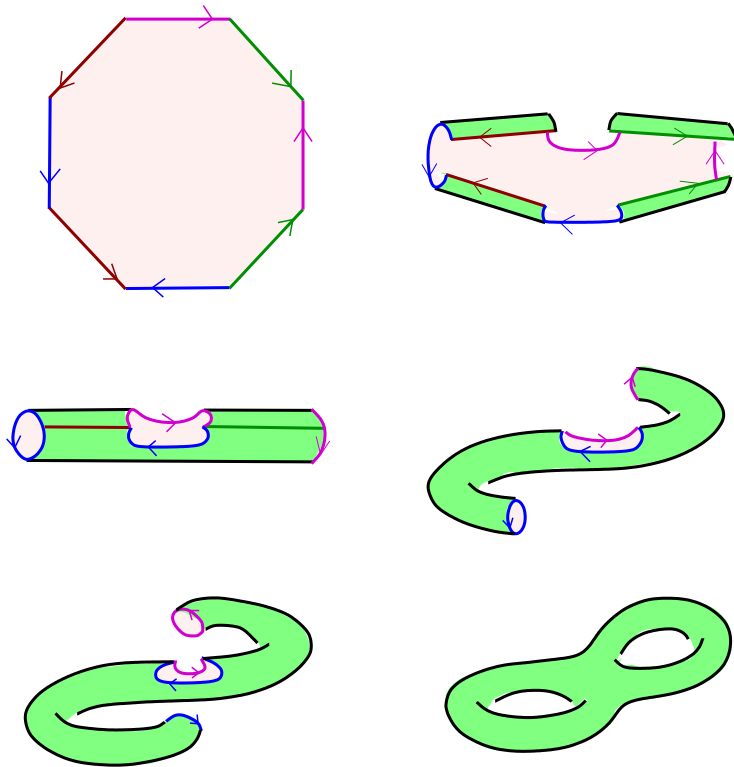
Superfície de gènere 2



Superfície de gènere 2

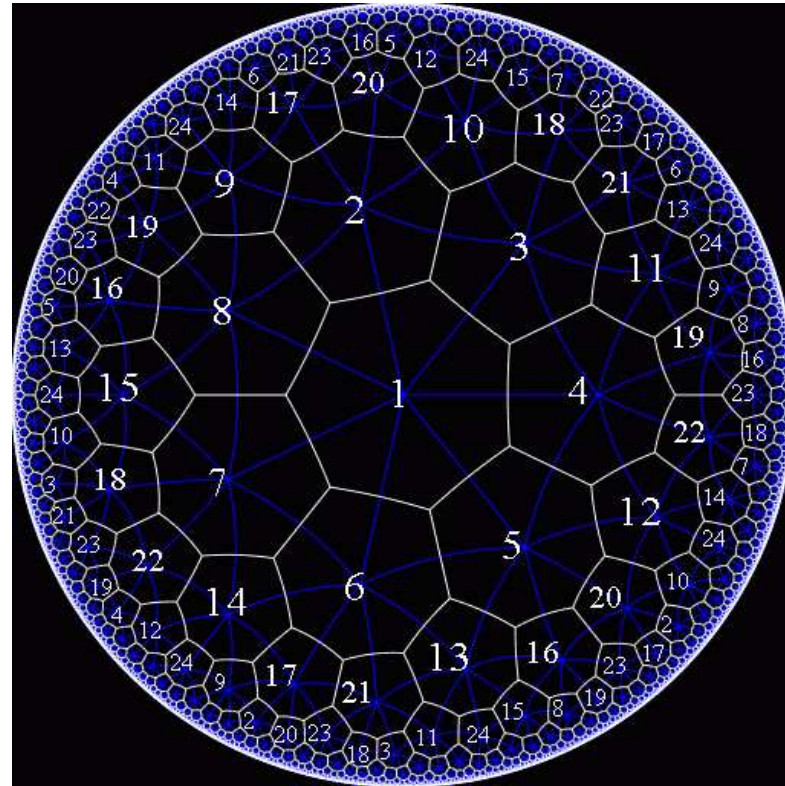


Superfície de gènere 2

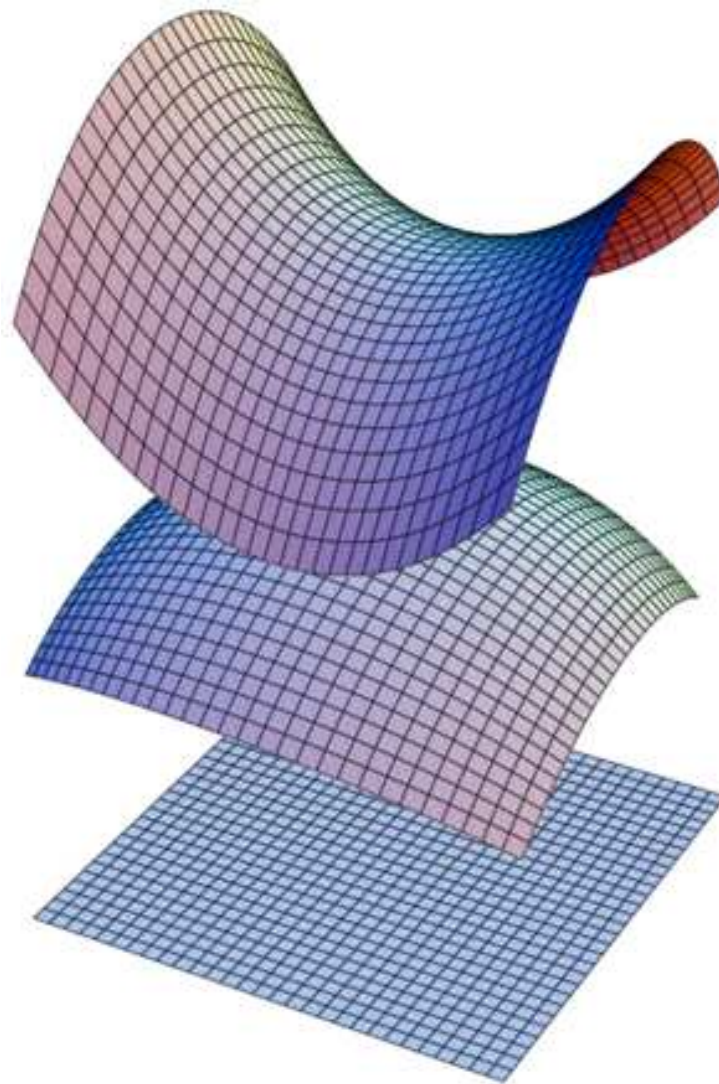


Pla hiperbòlic

Enrajolaments del pla hiperbòlic

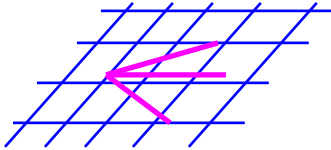


Curvatura

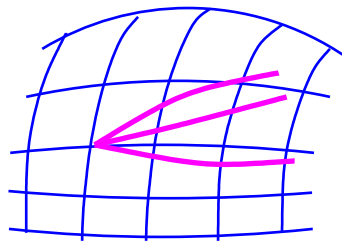


Curvatura

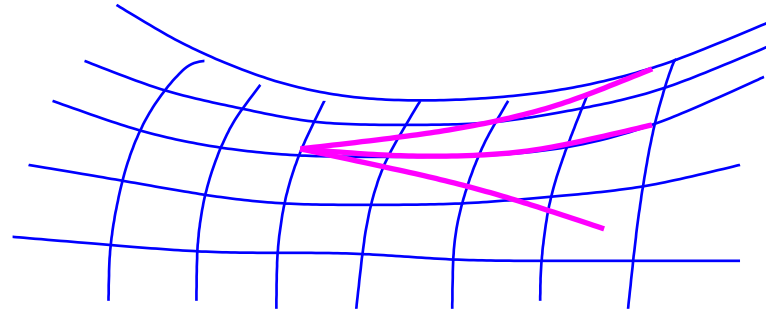
Curv: zero



positiva



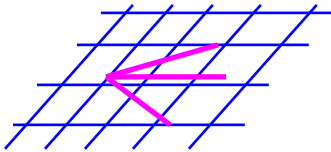
negativa



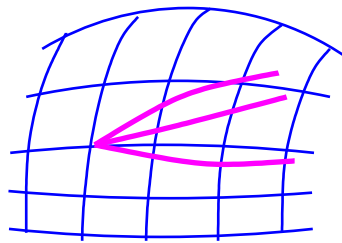
Les l  nes s'ajunten en curvatura positiva i se separen en curv negativa

Curvatura

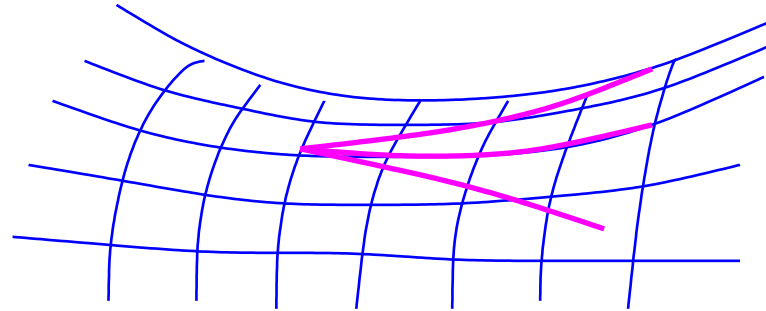
Curv: zero



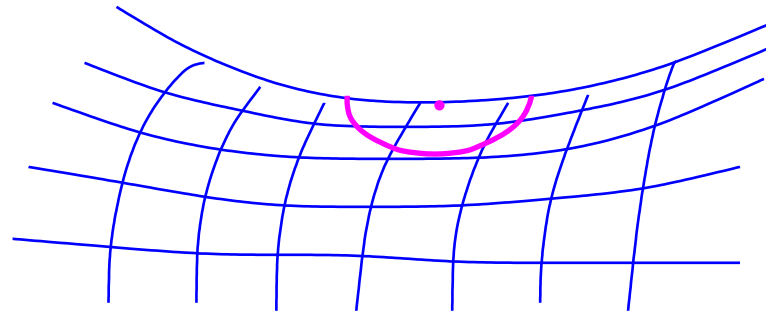
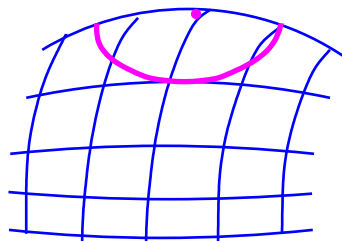
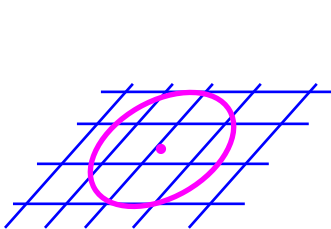
positiva



negativa



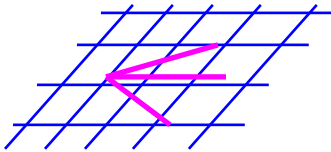
Les línies s'ajunten en curvatura positiva i se separen en curv negativa



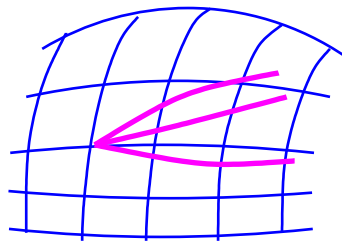
Les àrees dels cercles són més petites en curvatura positiva
i més grans en curvatura negativa.

Curvatura

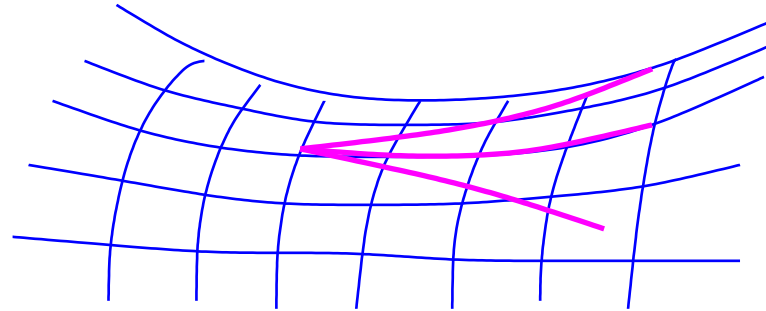
Curv: zero



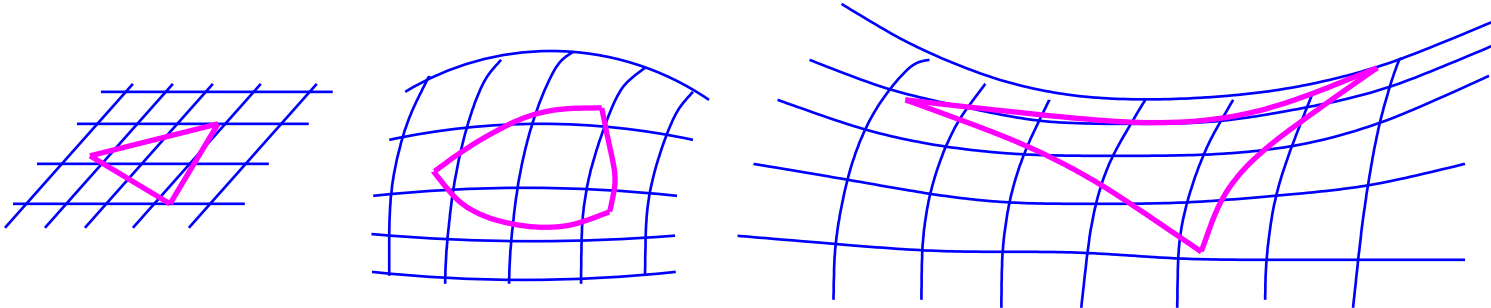
positiva



negativa

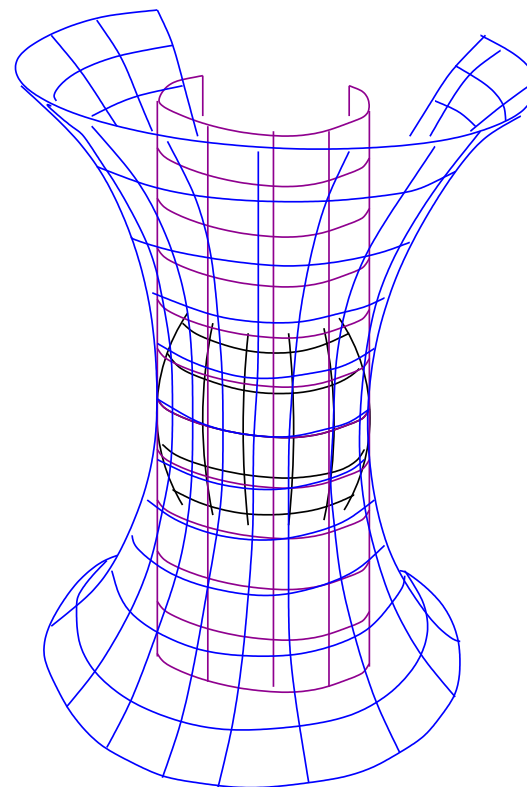
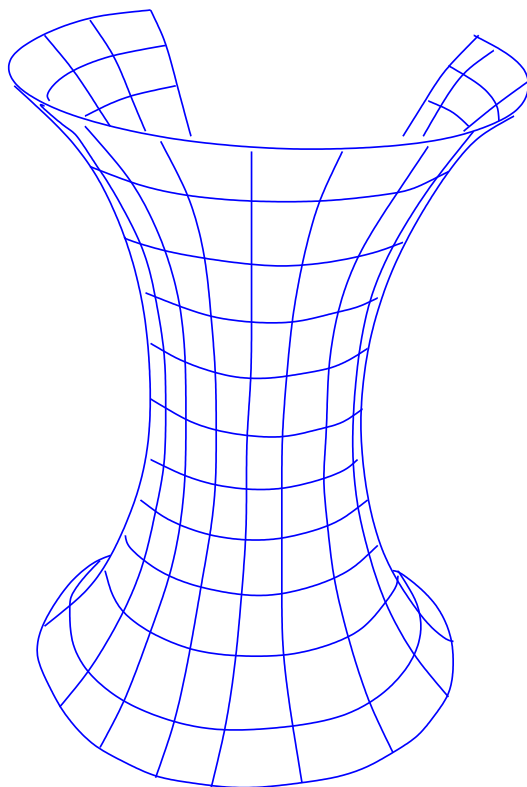
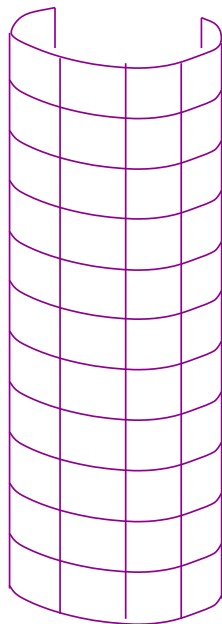
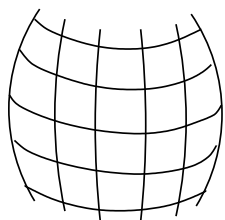


Les l  nes s'ajunten en curvatura positiva i se separen en curv negativa

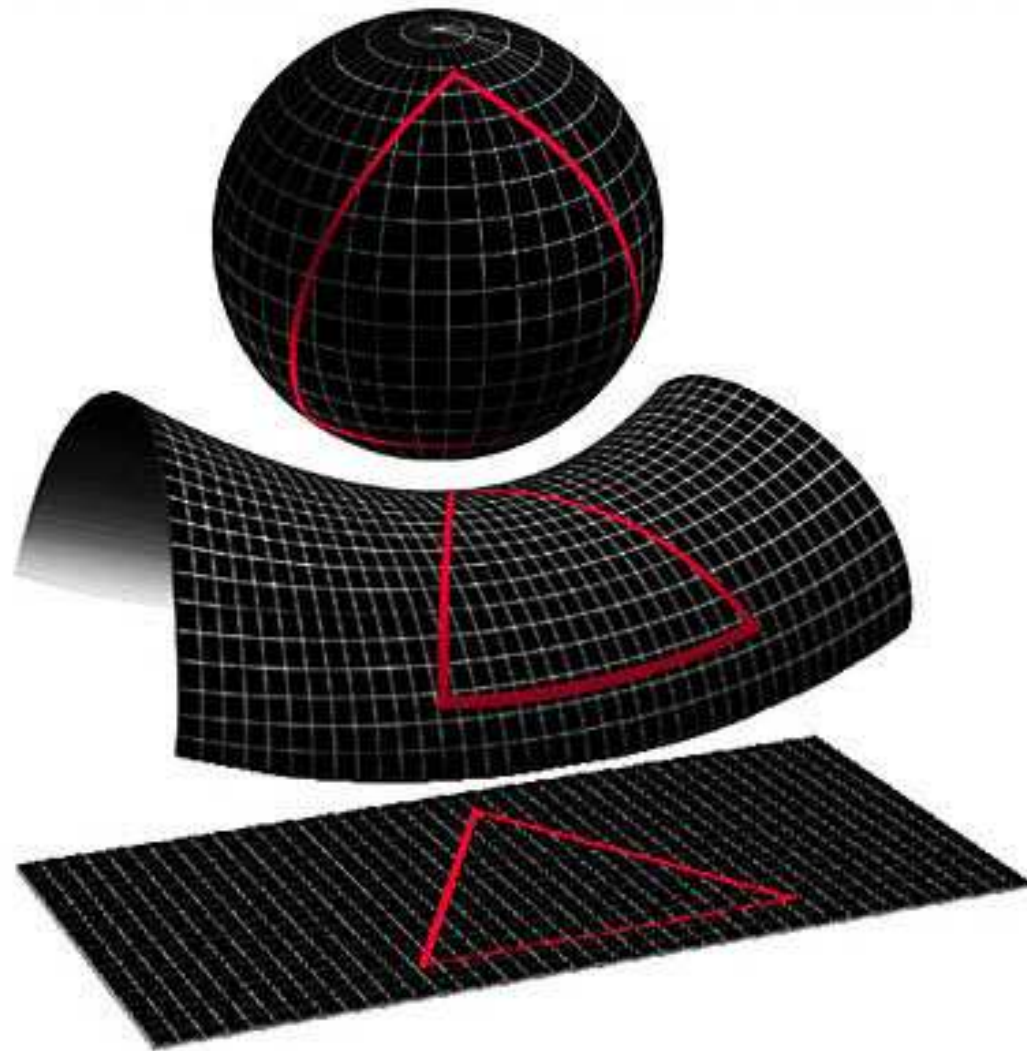


La suma d'angles d'un triangle   s > 180 en curvatura positiva
i   s < 180 en curv negativa.

Curvatura



Curvatura



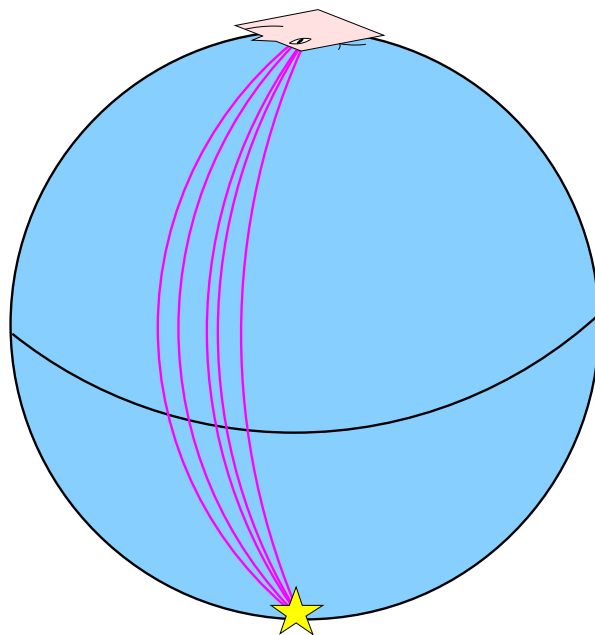
Fórmula de Gauss Bonnet

$$\int_{F_g} K = 2\pi(2 - 2g) \quad F_g = \text{sup gen. } g$$

La mesura total de la curvatura
és 2π per la característica d'Euler.

Fórmula de Gauss Bonnet

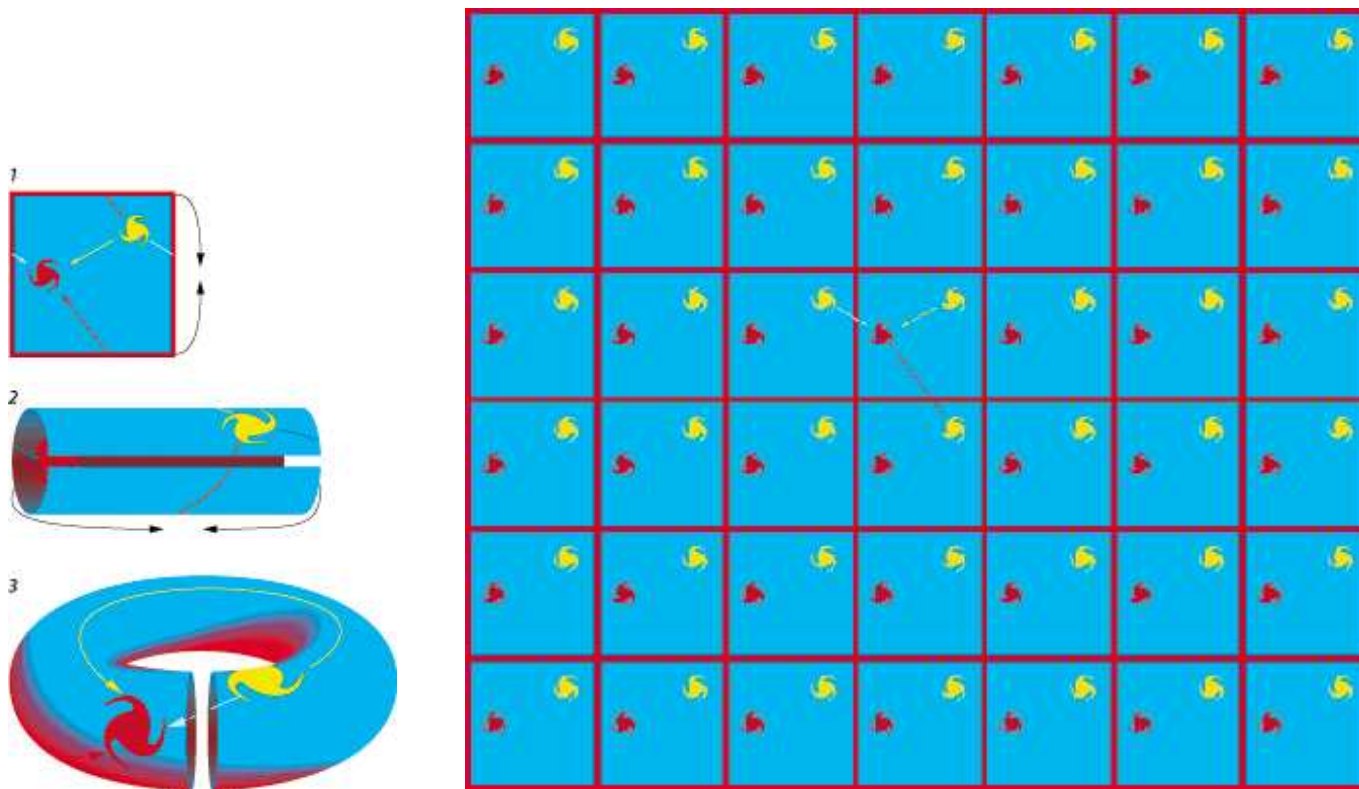
$$\int_{F_g} K = 2\pi(2 - 2g) \quad F_g = \text{sup gen. } g$$



$$K = 1, g = 0$$

Fórmula de Gauss Bonnet

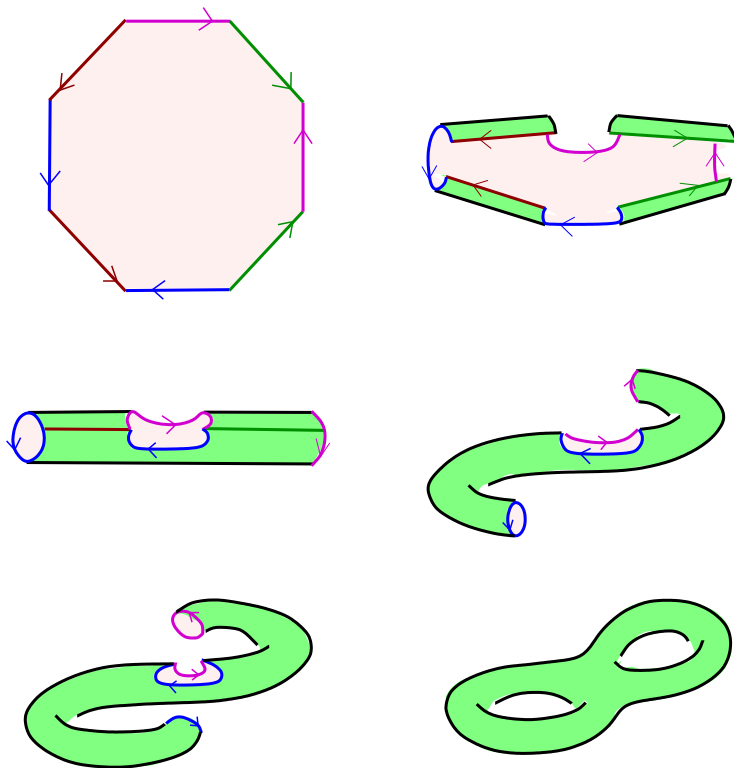
$$\int_{F_g} K = 2\pi(2 - 2g) \quad F_g = \text{sup gen. } g$$



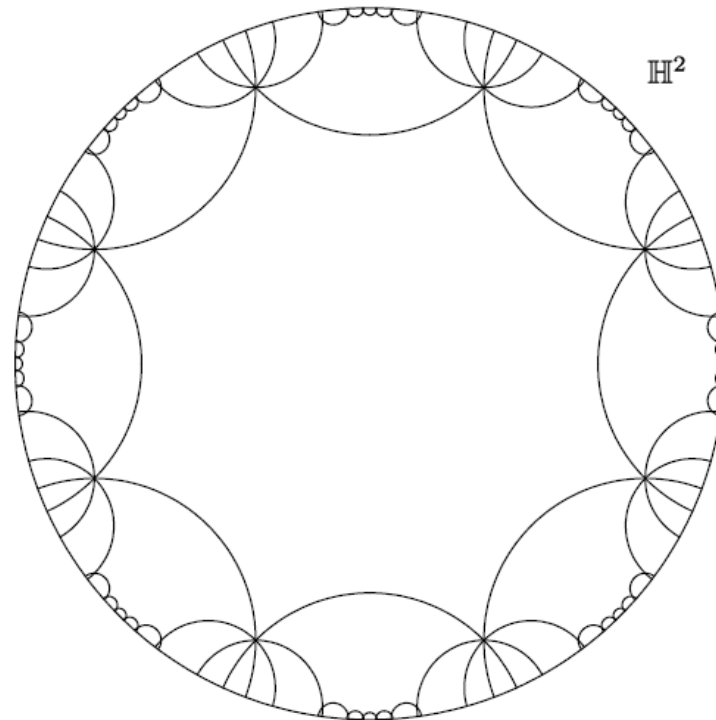
$$K = 0, g = 1$$

Fórmula de Gauss Bonnet

$$\int_{F_g} K = 2\pi(2 - 2g) \quad F_g = \text{sup gen. } g$$



$$K = -1, g = 2$$



Pla hiperbòlic

Geometria i curvatura de Riemann

- **Bernhard Riemann** (Habilitació 1854):
Fonaments per la geometria en diverses dimensions.
(En particular la curvatura).

Ueber
die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.
Von
B. R i e m a n n.

Geometria i curvatura de Riemann

- **Bernhard Riemann** (Habilitació 1854):
Fonaments per la geometria en diverses dimensions.
(En particular la curvatura).

Ueber
die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.
Von
B. R i e m a n n.

- Albert Einstein:

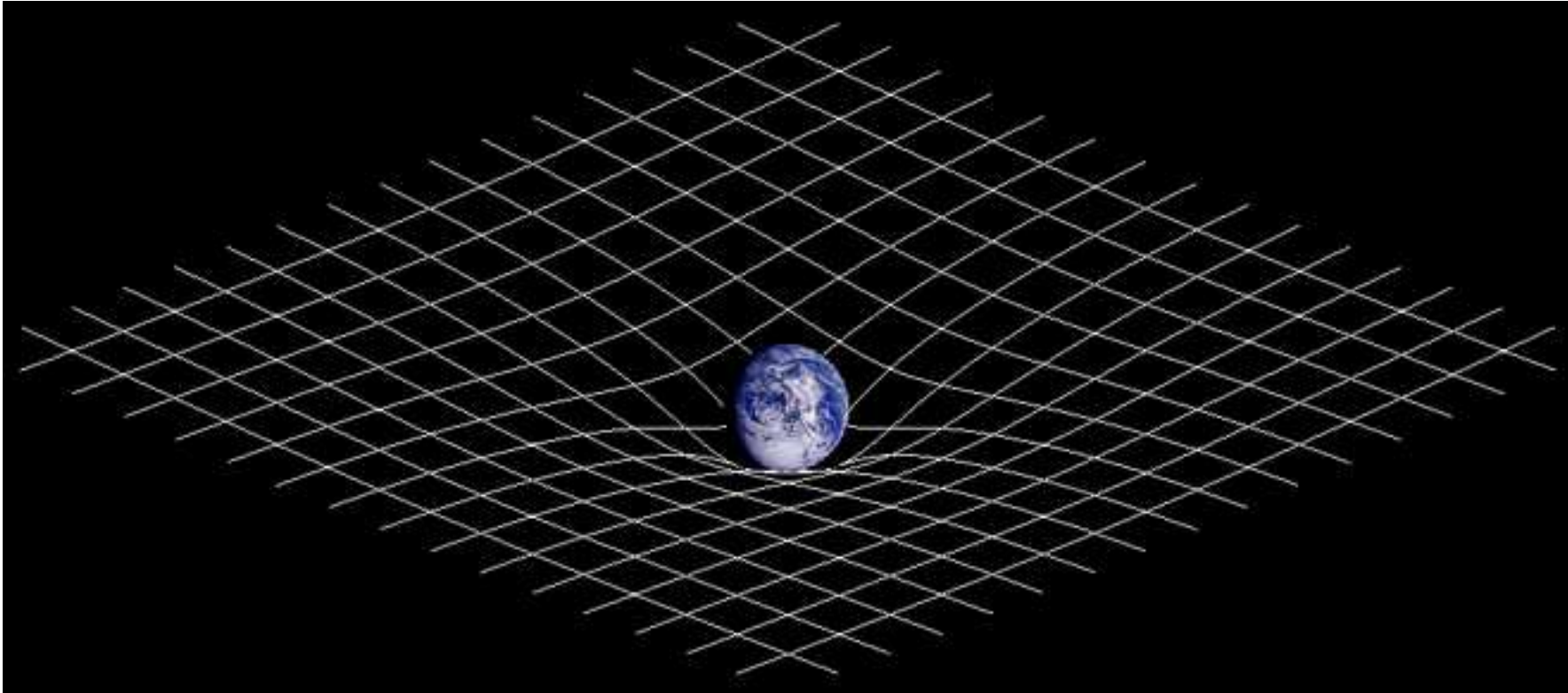
1905: Relativitat restringida

1915: Relativitat general

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} = T_{ij}$$

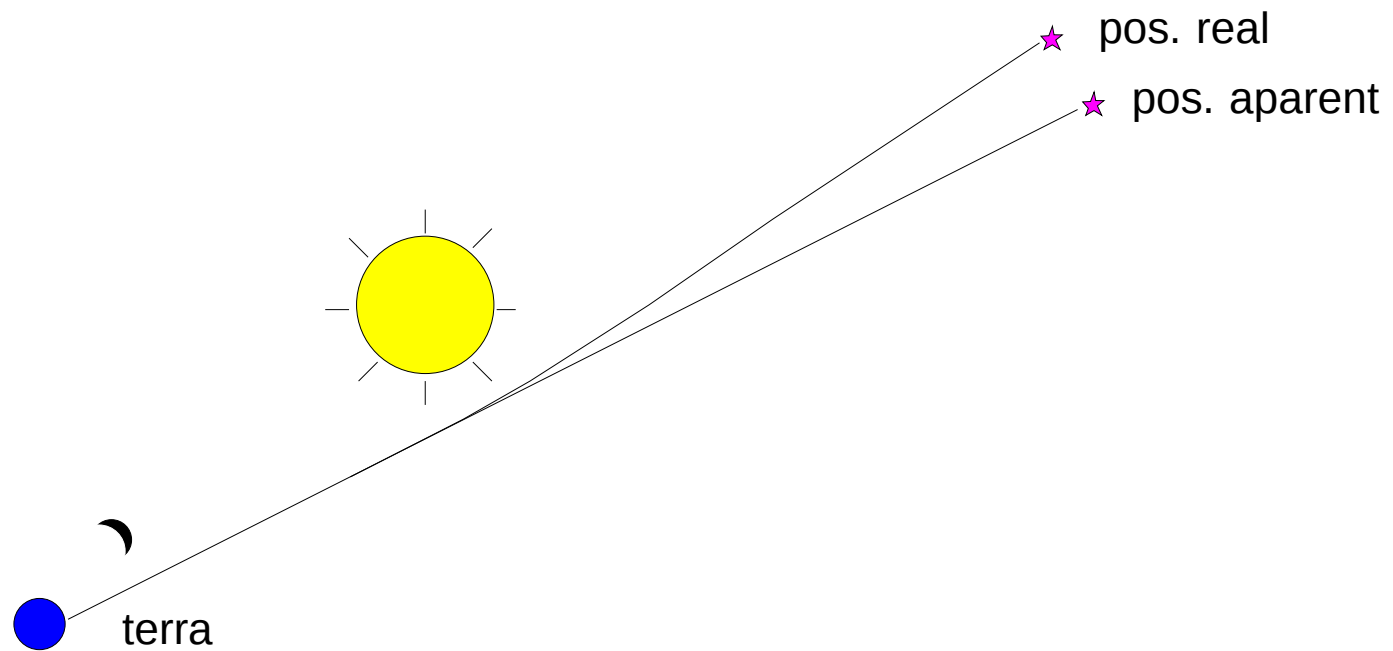
“La massa deforma l'espai-temps”

Relativitat general

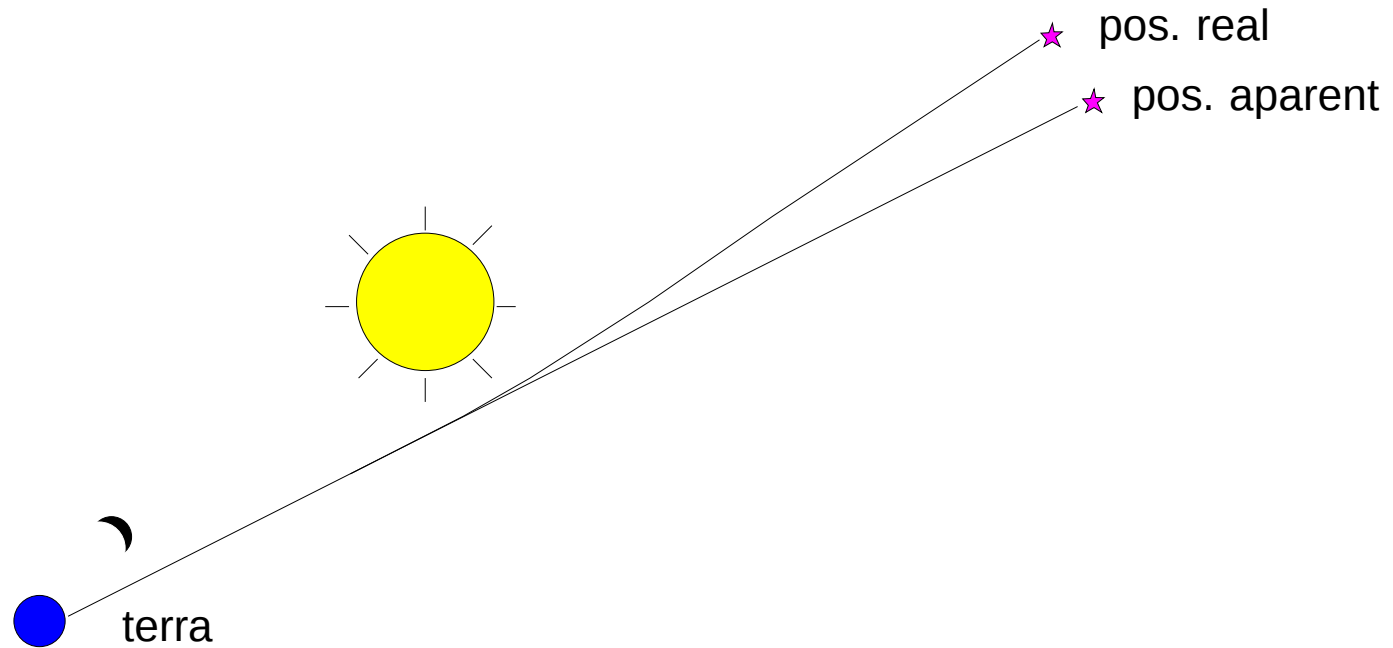


La massa deforma l'espai-temps.

Experiment 1919



Experiment 1919



Cas extrem: forats negres
desvien tant la llum que no s'escapa

Què en sabem de l'univers?

- Sorgit fa 13.800 milions d'anys a partir del Big Bang



Què en sabem de l'univers?

- Sorgit fa 13.800 milions d'anys a partir del Big Bang
- Té almenys 94.000 millions d'anys-llum de diàmetre



Què en sabem de l'univers?

- Sorgit fa 13.800 milions d'anys a partir del Big Bang
- Té almenys 94.000 millions d'anys-llum de diàmetre
- Està en expansió:

$$v = HD$$

v = velocitat

D = distància a la terra

H = constant de Hubble.



Què en sabem de l'univers?

- Sorgit fa 13.800 milions d'anys a partir del Big Bang
- Té almenys 94.000 millions d'anys-llum de diàmetre
- Està en expansió:

$$v = HD$$

v = velocitat

D = distància a la terra

H = constant de Hubble.

- A escala cosmològica es pensa que és *gairebé* **homogeni** (igual en cada punt) i **isòtrop** (en totes les direccions es veu el mateix)

Què en sabem de l'univers?

- Sorgit fa 13.800 milions d'anys a partir del Big Bang
- Té almenys 94.000 millions d'anys-llum de diàmetre
- Està en expansió:

$$v = HD$$

v = velocitat

D = distància a la terra

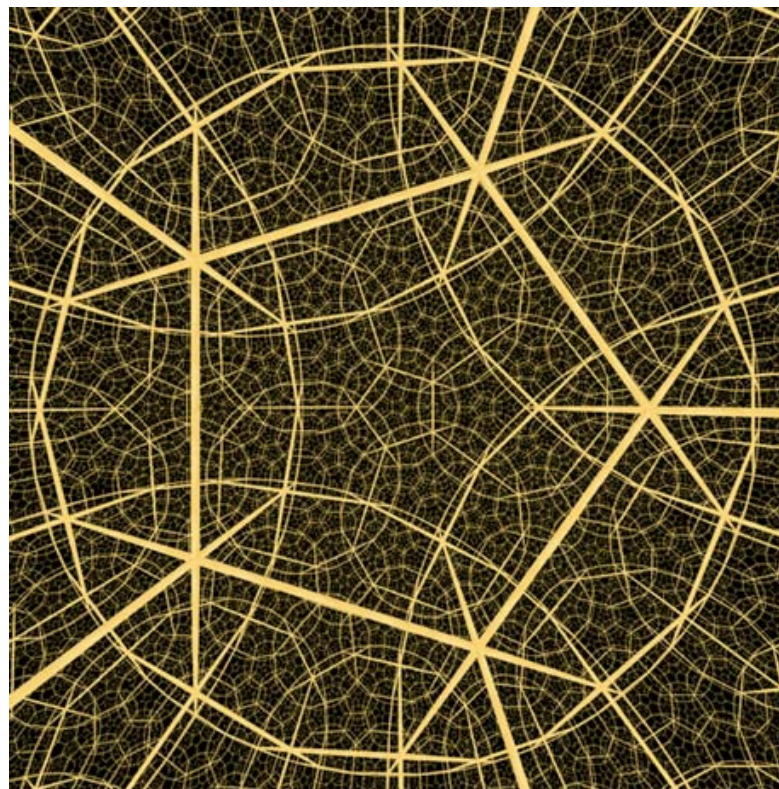
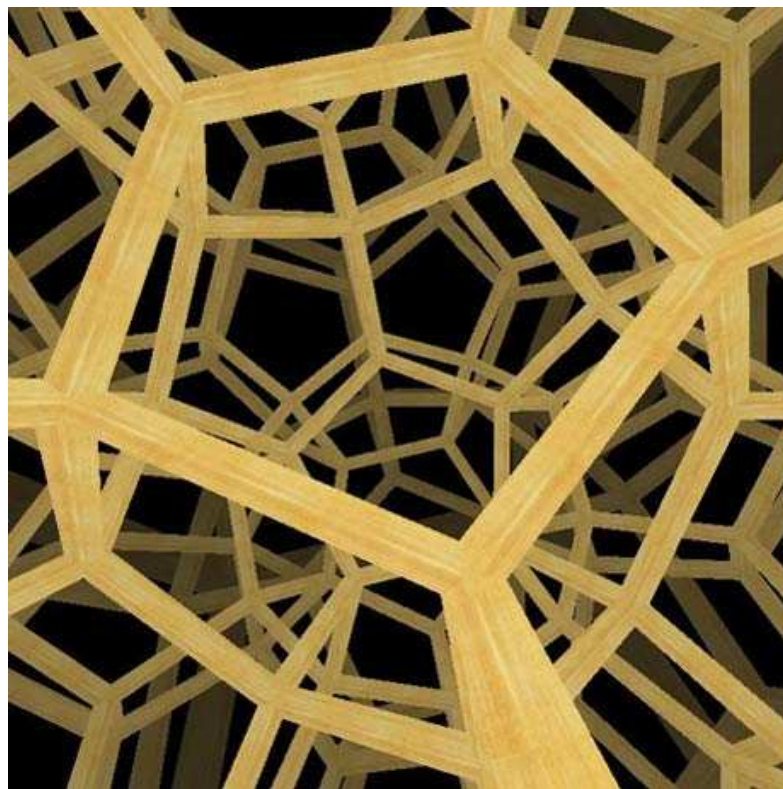
H = constant de Hubble.

- A escala cosmològica es pensa que és *gairebé homogeni* (igual en cada punt) i *isòtrop* (en totes les direccions es veu el mateix)
- També es pensa que és finit.

Que en sabem dels espais dim 3

Espais de dimensió tres *finits, isòtrops i homogenis*:

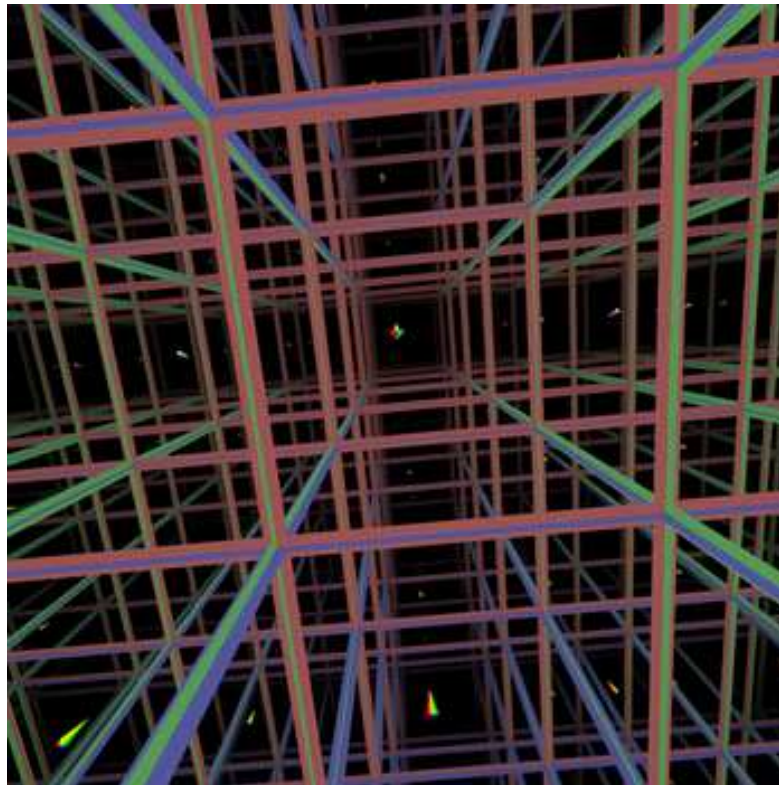
- Tenen curvatura constant i es coneixen les possibles formes per curvatura positiva i zero
- En curvatura negativa són un tema de recerca



Que en sabem dels espais dim 3

Espais de dimensió tres *finits, isòtrops i homogenis*:

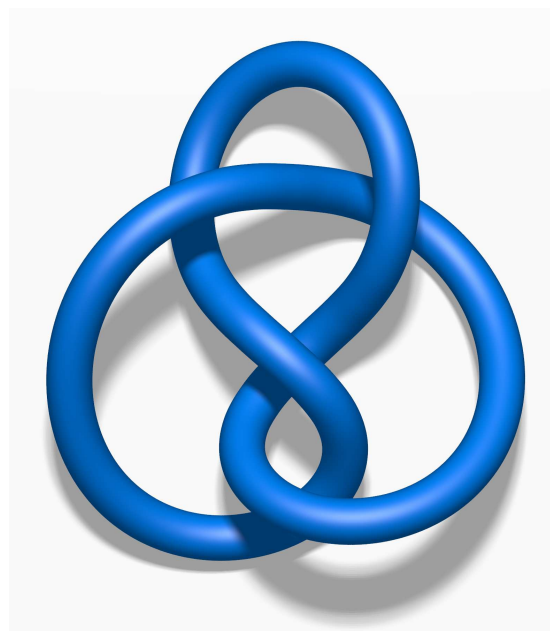
- Tenen curvatura constant i es coneixen les possibles formes per curvatura positiva i zero
- En curvatura negativa són un tema de recerca



Que en sabem dels espais dim 3

Espais de dimensió tres *finits, isòtrops i homogenis*:

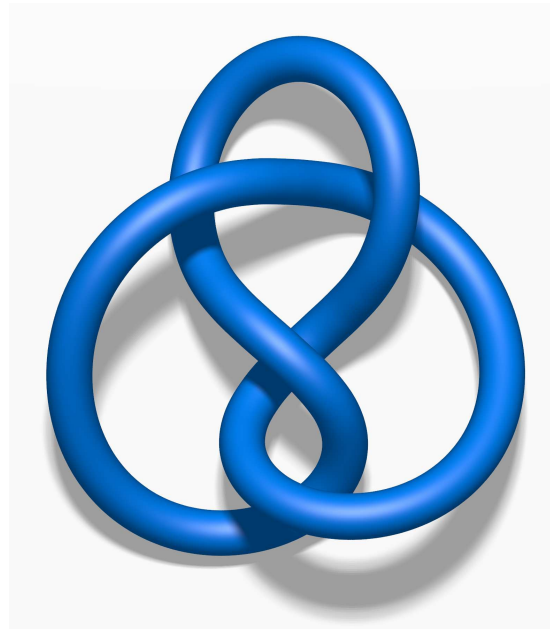
- Tenen curvatura constant i es coneixen les possibles formes per curvatura positiva i zero
- En curvatura negativa són un tema de recerca



Que en sabem dels espais dim 3

Espais de dimensió tres *finits, isòtrops i homogenis*:

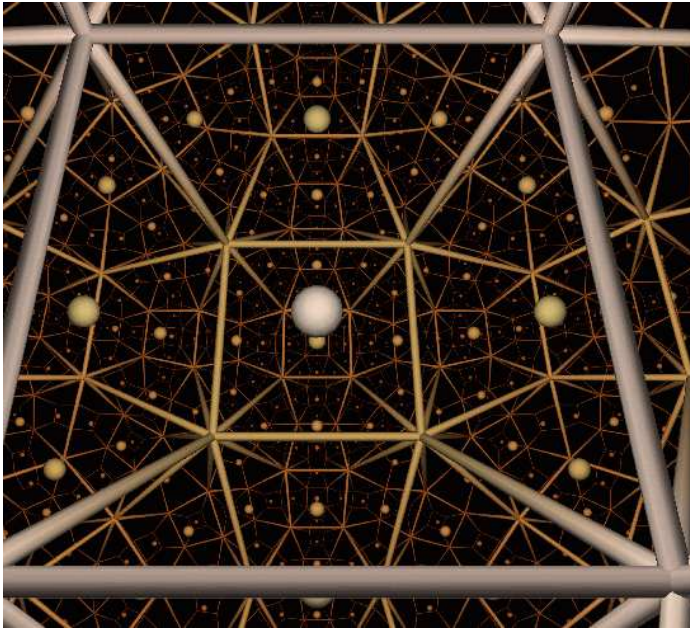
- Tenen curvatura constant i es coneixen les possibles formes per curvatura positiva i zero
- En curvatura negativa són un tema de recerca



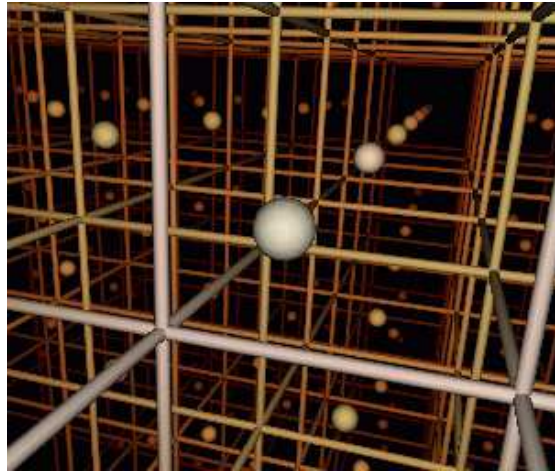
Totes les mesures indiquen curvatura de l'univers propera a zero (tant pot ser positiva, com negativa com zero)

Dimensió 3

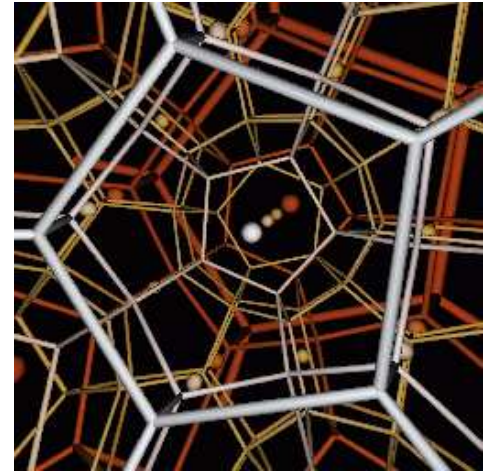
Què veuriem en un espai de dimensió tres finit amb uns telescopis que arribessin arbitrariament lluny?



Curvatura negativa,



curvatura zero

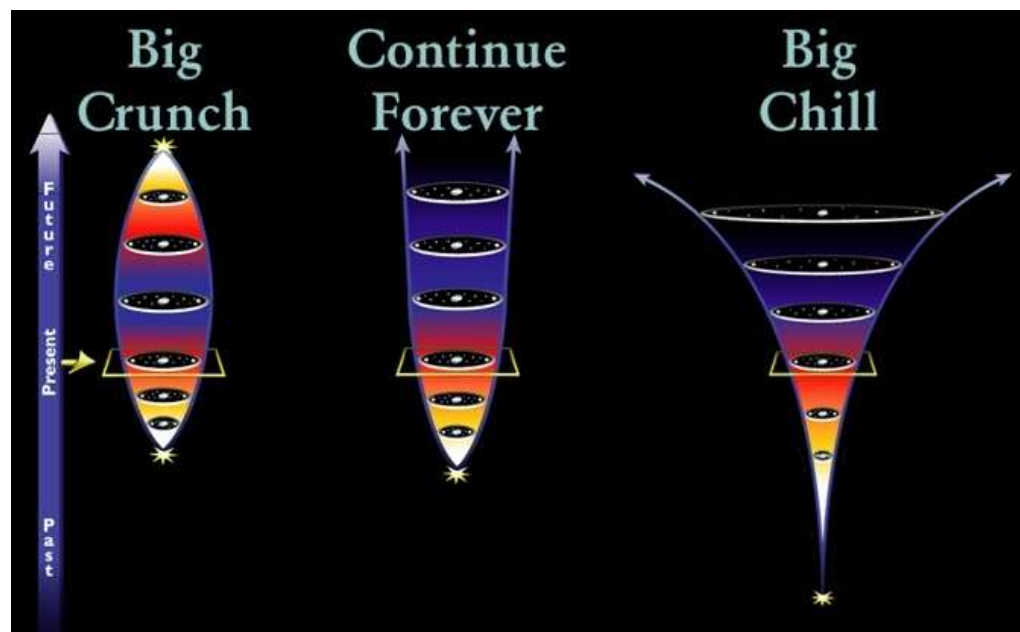


curvatura positiva

(les mesures permeten qualsevol signe per la curvatura)

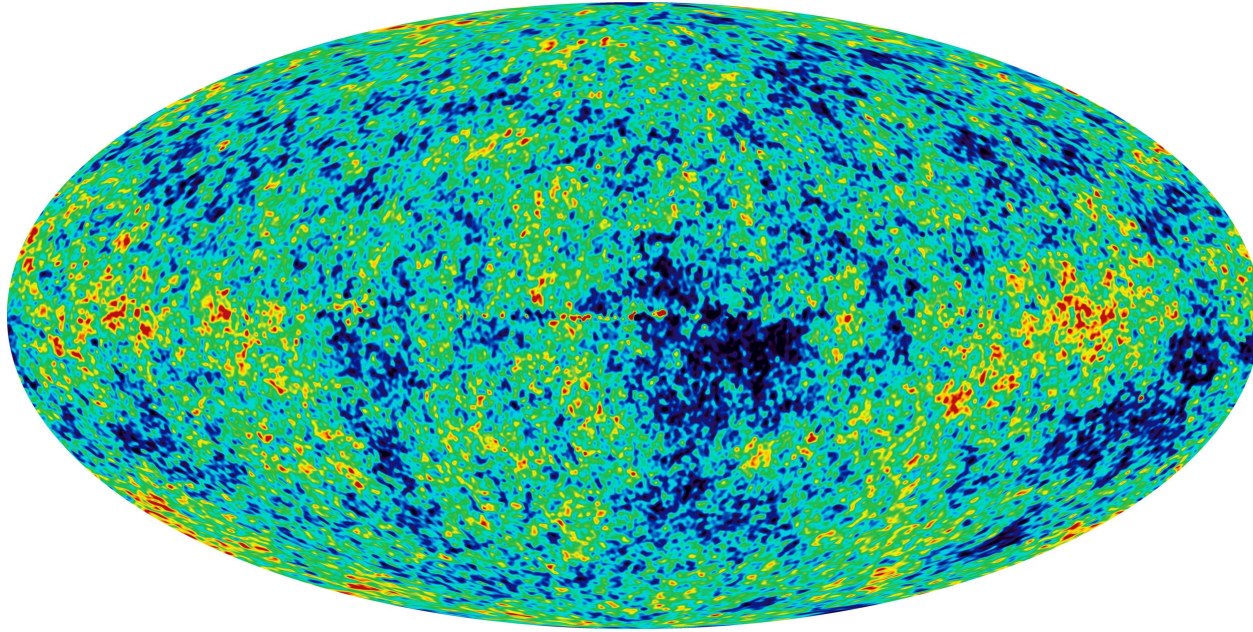
Model de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

Curvatura	Futur de l'Univers	Densitat ρ
> 0	Big Crunch	$\rho > \frac{3H^2}{8\pi G}$
$= 0$	L'expansió tendirà a 0	$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$
< 0	Big Rip o Big Chill	$\rho < \frac{3H^2}{8\pi G}$



Radiació Còsmica de Fons

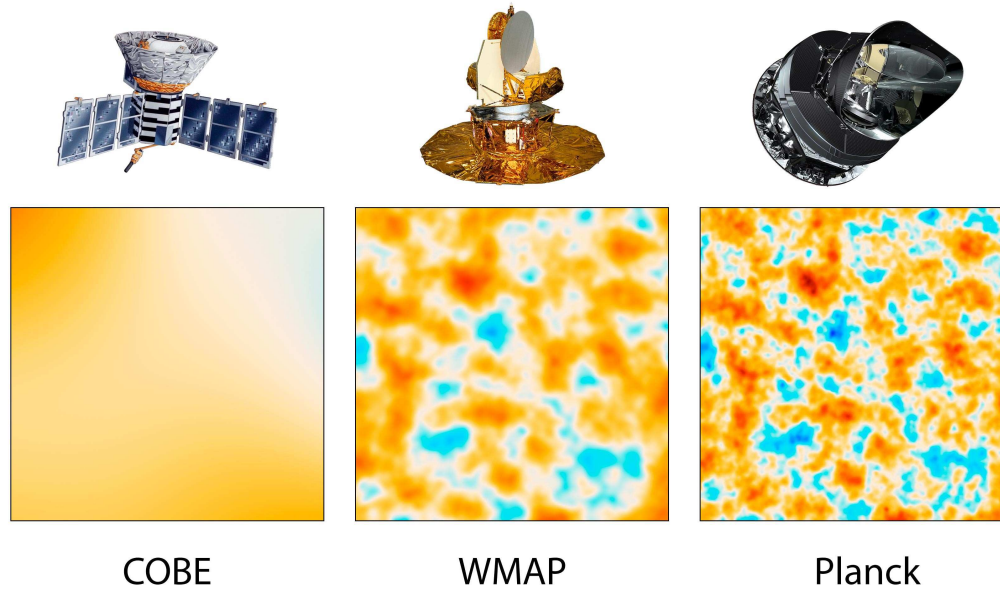
- Predita el 1948 per Gamov, Alpher i Hermann



- Observada per Penzas-Wilson (1965) i per satèl·lits:
COBE (1992), WMAP (2003), Planck (2013)

Radiació Còsmica de Fons

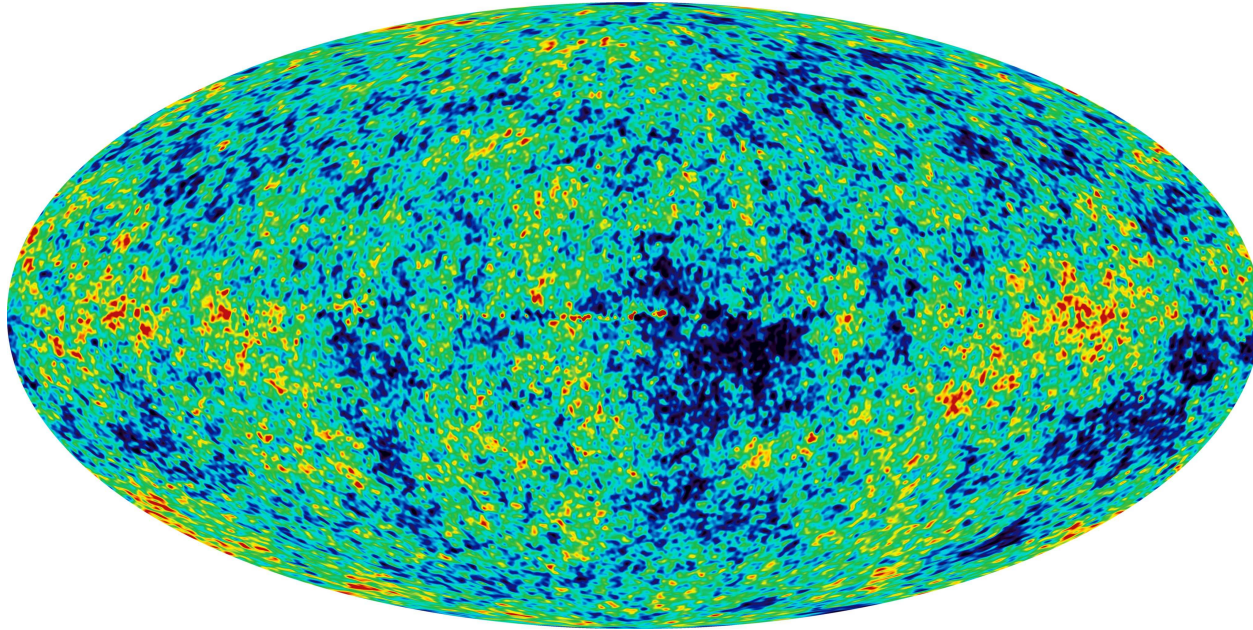
- Predita el 1948 per Gamov, Alpher i Hermann



- Observada per Penzas-Wilson (1965) i per satèl·lits:
COBE (1992), WMAP (2003), Planck (2013)
- S'ha anat millorat la informació sobre l'univers.

Radiació Còsmica de Fons

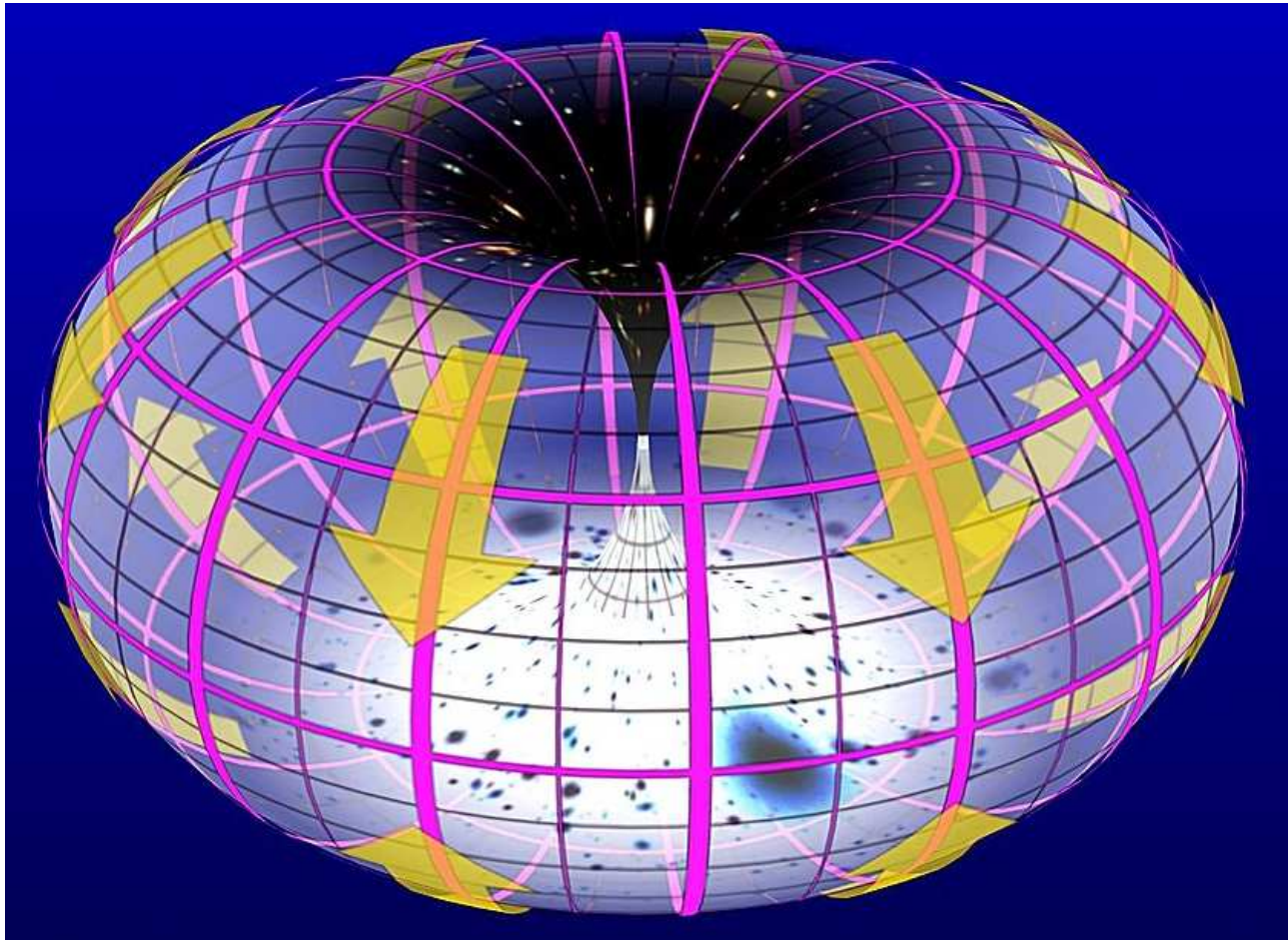
- Predita el 1948 per Gamov, Alpher i Hermann



- Observada per Penzas-Wilson (1965) i per satèl·lits: COBE (1992), WMAP (2003), Planck (2013)
- S'ha anat millorat la informació sobre l'univers.
- Ens dóna més informació sobre la forma?
 $\text{curvatura} \sim 0$

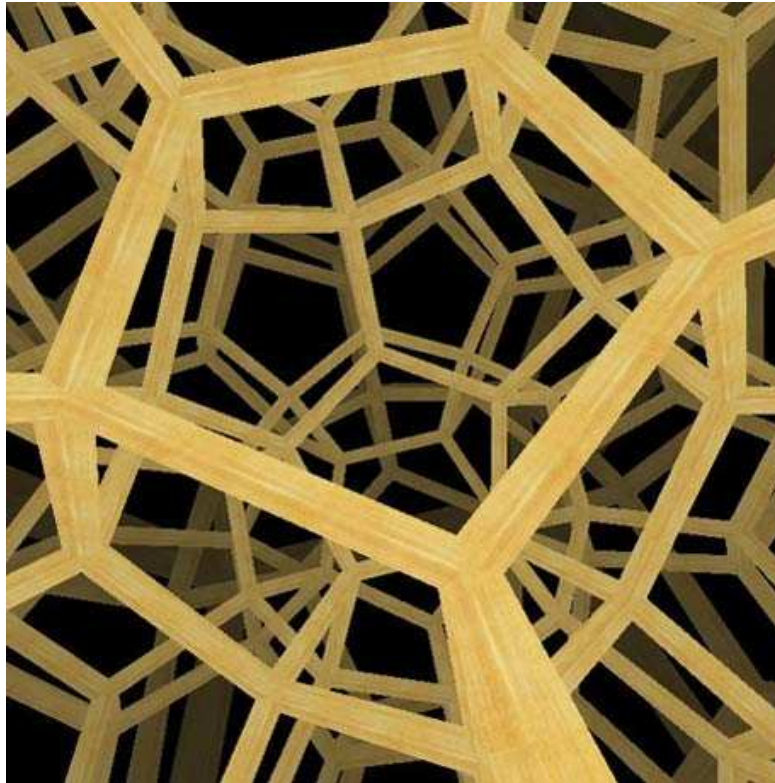
Teories

- "Univers donut" (curvatura zero) Starobinski i Zeldovich 1984



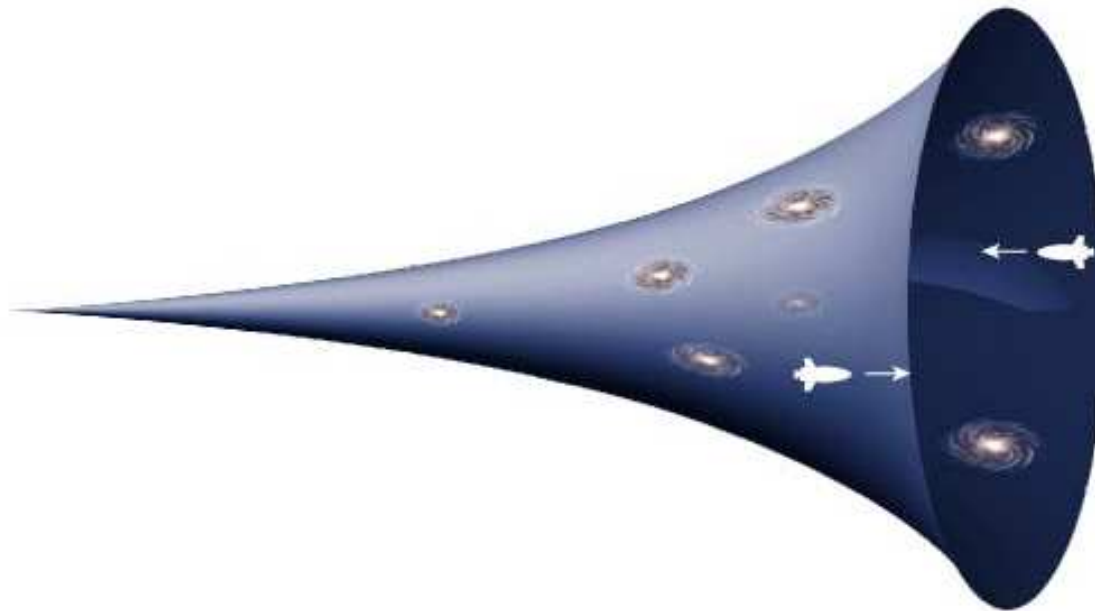
Teories

- "Univers donut" (curvatura zero) Starobinski i Zeldovich 1984
- "Espai dodecaedral" (curvatura positiva) Luminet, Weeks, Riazuelo, Lehoucq i Uzan 2003



Teories

- "Univers donut" (curvatura zero) Starobinski i Zeldovich 1984
- "Espai dodecaedral" (curvatura positiva) Luminet, Weeks, Riazuelo, Lehoucq i Uzan 2003
- "Corn de Picard" (curvatura negativa) Aurich, Lustig, Steiner i Then 2004



Teories

- "Univers donut" (curvatura zero) Starobinski i Zeldovich 1984
- "Espai dodecaedral" (curvatura positiva) Luminet, Weeks, Riazuelo, Lehoucq i Uzan 2003
- "Corn de Picard" (curvatura negativa) Aurich, Lustig, Steiner i Then 2004

Teories de cordes: l'univers té 10 o 11 dimensions.

Teories

- "Univers donut" (curvatura zero) Starobinski i Zeldovich 1984
- "Espai dodecaedral" (curvatura positiva) Luminet, Weeks, Riazuelo, Lehoucq i Uzan 2003
- "Corn de Picard" (curvatura negativa) Aurich, Lustig, Steiner i Then 2004

Teories de cordes: l'univers té 10 o 11 dimensions.

... ENCARA ESTEM LLUNY DE SABER LA FORMA DE L'UNIVERS

Gràcies per la paciència

